

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA METROPOLITANA UNIDAD AZCAPOTZALCO

DIVISIÓN DE CIENCIAS BÁSICAS E INGENIERÍA
POSGRADO EN INGENIERÍA ESTRUCTURAL

CONFIGURACIÓN DE UNA RED INALÁMBRICA A UNA ESTRUCTURA.

T E S I S

PARA OBTENER EL GRADO DE
MAESTRO EN INGENIERÍA ESTRUCTURAL

PRESENTA

RAÚL HERNÁNDEZ GÓMEZ

DIRECTOR DE TESIS:

DR. MANUEL E. RUIZ-SANDOVAL HERNÁNDEZ

MÉXICO, D. F. MAYO DE 2010

Índice

Capítulo 1. Introducción	1
1.1 Contexto	1
1.2 Aportación a la ingeniería estructural	2
1.3 Objetivos	3
1.4 Estructura de la tesis	3
Capítulo 2. Antecedentes	5
2.1 Seguimiento de la Salud Estructural	5
2.2 Estado actual de la instrumentación	6
2.3 Instrumentación en México	9
Capítulo 3. Ubicación óptima de sensores en la estructura.	13
3.1 Métodos para la elección de la ubicación de sensores.	13
3.2 Método LG.	14
3.3 Método BHM.	14
3.4 Método Pan-Cherng.	15
3.5 Descripción de la estructura.	16
3.6 Resultados de la metodología seleccionada para modelos bidimensionales.	17
3.7 Resultados de la metodología seleccionada para modelos tridimensionales.	23
3.8 Resultados.	35
Capítulo 4. Procedimientos de análisis.	36
4.1 Transformada rápida de Fourier.	36
4.2 Realización de sistemas lineales.	37

4.3 Algoritmo de Realización de Sistemas Característicos	39
4.4 Coherencia de Amplitud Modal	42
Capítulo 5. Instrumentos.	45
5.1 Acelerómetros capacitivos.	45
5.2 Acelerómetros piezoeléctricos.	46
5.3 Acondicionadores de señal.	47
5.4 Instrumentos alámbricos.	48
5.4.1 Acelerómetro capacitivo modelo 3701G3FA3G.	49
5.4.2 Acelerómetro piezoeléctrico modelo 393B04.	49
5.4.3 Acondicionador de señal modelo 480E09.	50
5.4.4 Acondicionador de señal modelo 484B06.	50
5.4.5 Acondicionador de señal modelo 478A01.	51
5.5 Instrumentos inalámbricos.	51
5.5.1 Tablilla SHM-A.	52
5.5.2 Acelerómetro capacitivo modelo LIS344ALH.	52
5.5.3 Tablilla IMOTÉ2 IPR2400.	52
5.5.4 Tablilla IIB2400.	53
5.5.5 Tablilla IBB2400.	53
Capítulo 6. Mediciones en terreno libre.	60
6.1 Mediciones con instrumentos alámbricos.	60
6.2 Mediciones con instrumentos inalámbricos.	62
6.3 Resultados.	64

Capítulo 7. Instrumentación alámbrica.	65
7.1 Registros de las mediciones.	65
7.2 Análisis espectral.	72
7.3 Resultados.	84
Capítulo 8. Instrumentación inalámbrica.	86
8.1 Registros de las mediciones.	86
8.2 Análisis espectral.	92
8.3 Resultados.	105
Capítulo 9. Formas modales obtenidas mediante instrumentación alámbrica.	108
9.1 Registros de las mediciones.	108
9.2 Análisis mediante el Algoritmo de Realización de Sistemas Característicos	111
9.3 Resumen.	124
Capítulo 10. Formas modales obtenidas mediante instrumentación inalámbrica.	125
10.1 Registros de las mediciones.	125
10.2 Análisis mediante el Algoritmo de Realización de Sistemas Característicos	128
10.3 Resumen.	137
Capítulo 11. Conclusiones.	138
11.1 Conclusiones.	138
11.1 Trabajos futuros.	140
Referencias bibliográficas.	141

Lista de tablas

3.1. Matriz de formas modales del modelo 1.	17
3.2. Matriz T del modelo 1.	18
3.3. Combinaciones de sensores e índice de importancia del modelo 1.	19
3.4. Matriz de formas modales del modelo 5.	23
3.5. Matriz T del modelo 5.	24
3.6. Combinaciones de sensores e índice de importancia del modelo 5.	25
3.7. Matriz de formas modales modificada del modelo 5.	26
3.8. Matriz T modificada del modelo 5.	26
3.9. Combinaciones de sensores e índice de importancia modificada del modelo 5.	26
3.10. Matriz de formas modales del modelo 6.	27
3.11. Matriz de formas modales modificada del modelo 6.	28
3.12. Matriz T del modelo 6.	29
3.13. Combinaciones de sensores e índice de importancia del modelo 6.	29
3.14. Matriz de formas modales del modelo 6.	30
3.15. Matriz de formas modales modificada del modelo 7.	31
3.16. Matriz T del modelo 7.	32
5.1. Características técnicas del acelerómetro modelo 3701G3FA3G.	54
5.2. Características técnicas del acelerómetro modelo 393B04.	55
5.3. Características técnicas del acondicionador de señal modelo 480E09.	56
5.4. Características técnicas del acondicionador de señal modelo 484B06.	57
5.5. Características técnicas del acondicionador de señal modelo 478A01.	68
5.6. Características de desempeño del acelerómetro modelo LIS344ALH.	59
5.7. Características eléctricas del acelerómetro modelo LIS344ALH.	59
6.1 Tabla de resumen de frecuencias encontradas de las mediciones en terreno libre.	64
7.1. Tabla de resumen de frecuencias naturales.	84
7.2. Tabla de resumen de periodos.	85
8.1. Tabla de resumen de frecuencias naturales.	105
8.2. Tabla de resumen de periodos.	106
8.3. Tabla de resumen de periodos inalámbricos e inalámbricos.	107
9.1. Matriz Y de la medición 1.	113
9.2. Matriz $H(0)$ de la medición 1.	113
9.3. Matriz $H(1)$ de la medición 1.	114
9.4. Matriz R de la medición 1.	114
9.5. Matriz Σ de la medición 1.	114
9.6. Matriz S de la medición 1.	115
9.7. Matriz A de la medición 1.	115
9.8. Matriz B de la medición 1.	115
9.9. Matriz C de la medición 1.	115
9.10. Frecuencias naturales obtenidas de la medición 1.	116

9.11. Matriz \hat{A} de la medición 1.	116
9.12. Matriz \hat{B} de la medición 1.	116
9.13. Matriz \hat{C} de la medición 1.	116
9.14. Matriz \hat{A} de la medición 1.	117
9.15. Matriz \hat{B} de la medición 1.	117
9.16. Índices MAC para las frecuencias obtenidas de la medición 1.	117
9.17. Frecuencias naturales e índices MAC obtenidas de la medición 1.	117
9.18. Forma modal correspondiente al primer modo obtenido de la medición 1.	117
9.19. Matriz A de la medición 2.	118
9.20. Matriz B de la medición 2.	118
9.21. Matriz C de la medición 2.	119
9.22. Frecuencias naturales obtenidas de la medición 2.	119
9.23. Índices MAC para las frecuencias obtenidas de la medición 2.	119
9.24. Frecuencias naturales e índices MAC obtenidas de la medición 2.	119
9.25. Forma modal correspondiente al primer modo obtenido de la medición 2.	119
9.26. Matriz A de la medición 3.	120
9.27. Matriz B de la medición 3.	120
9.28. Matriz C de la medición 3.	121
9.29. Frecuencias naturales obtenidas de la medición 3.	121
9.30. Índices MAC para las frecuencias obtenidas de la medición 3.	121
9.31. Frecuencias naturales e índices MAC obtenidas de la medición 3.	121
9.32. Forma modal correspondiente al primer modo obtenido de la medición 3.	121
9.33. Matriz A de la medición 4.	122
9.34. Matriz B de la medición 4.	122
9.35. Matriz C de la medición 4.	122
9.36. Frecuencias naturales obtenidas de la medición 4.	123
9.37. Índices MAC para las frecuencias obtenidas de la medición 4.	123
9.38. Frecuencias naturales e índices MAC obtenidas de la medición 4.	123
9.39. Forma modal correspondiente al primer modo obtenido de la medición 4.	123
9.40. Tabla de resumen de resultados de Fourier y ERA.	124
10.1. Matriz A de la medición 1.	130
10.2. Matriz B de la medición 1.	130
10.3. Matriz C de la medición 1.	130
10.4. Frecuencias naturales obtenidas de la medición 1.	130
10.5. Índices MAC para las frecuencias obtenidas de la medición 1.	131
10.6. Frecuencias naturales e índices MAC obtenidas de la medición 1.	131
10.7. Forma modal correspondiente al primer modo obtenido de la medición 1.	131
10.8. Matriz A de la medición 2.	132
10.9. Matriz B de la medición 2.	132
10.10. Matriz C de la medición 2.	132
10.11. Frecuencias naturales obtenidas de la medición 2.	132
10.12. Índices MAC para las frecuencias obtenidas de la medición 2.	132
10.13. Frecuencias naturales e índices MAC obtenidas de la medición 2.	133
10.14. Forma modal correspondiente al primer modo obtenido de la medición 2.	133
10.15. Matriz A de la medición 3.	133
10.16. Matriz B de la medición 3.	134
10.17. Matriz C de la medición 3.	134
10.18. Frecuencias naturales obtenidas de la medición 3.	134
10.19. Índices MAC para las frecuencias obtenidas de la medición 3.	134

10.20. Frecuencias naturales e índices \mathcal{MAC} obtenidas de la medición 3.	134
10.21. Forma modal correspondiente al primer modo obtenido de la medición 3.	134
10.22. Matriz \mathcal{A} de la medición 4.	135
10.23. Matriz \mathcal{B} de la medición 4.	135
10.24. Matriz \mathcal{C} de la medición 4.	135
10.25. Frecuencias naturales obtenidas de la medición 4.	135
10.26. Índices \mathcal{MAC} para las frecuencias obtenidas de la medición 4.	136
10.27. Frecuencias naturales e índices \mathcal{MAC} obtenidas de la medición 4.	136
10.28. Forma modal correspondiente al primer modo obtenido de la medición 4.	136
10.29. Resumen de periodos obtenidos.	137

Lista de Figuras

2.1. Edificio CFT en Tokio (Zhang et al., 2002).	7
2.2. Valores singulares de la matriz de Densidad Espectral de Potencia (Zhang et al., 2002).	8
2.3. Modos de vibración identificados (Zhang et al., 2002).	8
2.4. Edificio instrumentado y planta tipo (Murià et al., 2002).	9
2.5. Frecuencias naturales y formas modales (Murià et al., 2002).	10
2.6. Plantas y elevaciones del edificio Jal (Murià et al., 2001).	11
2.7. Instrumentación del edificio Jal (Murià et al., 2001).	12
3.1. Secciones transversales. Acotación en metros.	16
3.2. Planta tipo. Acotación en metros.	16
3.3. Modelo esquemático.	16
3.4. Modelo 1 con 12 nodos y 15 elementos.	17
3.5. Formas modales del modelo 1.	18
3.6. Ubicación óptima encontrada para el modelo 1.	19
3.7. Modelo 2 con 27 nodos y 30 elementos.	20
3.8. Formas modales del modelo 2.	20
3.9. Ubicación óptima encontrada para el modelo 2.	20
3.10. Modelo 3 con 27 nodos y 30 elementos.	21
3.11. Formas modales del modelo 3.	21
3.12. Ubicación óptima encontrada para el modelo 3.	21
3.13. Modelo 4 con 57 nodos y 66 elementos.	22
3.14. Formas modales del modelo 4.	22
3.15. Ubicación óptima encontrada para el modelo 4.	22
3.16. Modelo 5 con 8 nodos y 8 elementos.	23
3.17. Formas modales del modelo 5.	24
3.18. Modelo 6 con 18 nodos y 26 elementos.	27
3.19. Formas modales del modelo 6.	28
3.20. Modelo 6 con 16 nodos y 21 elementos.	30
3.21. Formas modales del modelo 5.	31
3.22. Modelo 8 con 72 nodos y 135 elementos.	32
3.23. Ubicación óptima encontrada para el modelo 8.	33
3.24. Modelo 9 con 207 nodos.	33
3.25. Modelo 9 con 270 elementos.	34
3.26. Ubicación óptima encontrada para el modelo 9.	34
5.1. Acelerómetro midiendo 0g.	46
5.2. Acelerómetro midiendo 1g.	46
5.3. Acelerómetro piezoeléctrico.	47
5.4. Sistema de adquisición de datos SIGLAB modelo 20-42.	48
5.5. Acelerómetro modelo 3701G3FA3G.	49
5.6. Acelerómetro modelo 393B04.	49
5.7. Acondicionador de señal modelo 480E09.	50
5.8. Acondicionador de señal modelo 484B06.	50
5.9. Acondicionador de señal modelo 478A01.	51

5.10. <i>Tablilla SHM-A.</i>	52
5.11. <i>Tablilla IMOTE2 IPR2400.</i>	52
5.12. <i>Tablilla IIB2400.</i>	53
5.13. <i>Tablilla IBB2400.</i>	53
6.1. <i>Primera medición realizada sobre el terreno libre.</i>	60
6.2. <i>Segunda medición realizada sobre el terreno libre.</i>	61
6.3. <i>Frecuencias naturales encontradas en la medición 1 sobre el terreno libre.</i>	61
6.4. <i>Frecuencias naturales encontradas en la medición 2 sobre el terreno libre.</i>	62
6.5. <i>Primera medición inalámbrica realizada sobre el terreno libre.</i>	62
6.6. <i>Segunda medición realizada sobre el terreno libre.</i>	63
6.7. <i>Frecuencias naturales encontradas en la primera medición inalámbrica sobre el terreno libre.</i>	63
6.8. <i>Frecuencias naturales encontradas en la segunda medición inalámbrica sobre el terreno libre.</i>	64
7.1. <i>Ubicación óptima encontrada para el modelo 6.</i>	65
7.2. <i>Mediciones 1 y 3.</i>	66
7.3. <i>Mediciones 2 y 4.</i>	66
7.4. <i>Mediciones 5 y 7.</i>	67
7.5. <i>Mediciones 6 y 8.</i>	67
7.6. <i>Mediciones 9 y 11.</i>	68
7.7. <i>Mediciones 10 y 12.</i>	68
7.8. <i>Mediciones 13 y 15.</i>	69
7.9. <i>Mediciones 14 y 16.</i>	69
7.10. <i>Mediciones 17 y 19.</i>	70
7.11. <i>Mediciones 18 y 20.</i>	70
7.12. <i>Mediciones 21 y 23.</i>	71
7.13. <i>Mediciones 22 y 24.</i>	71
7.14. <i>Frecuencias naturales encontradas en la medición 1.</i>	72
7.15. <i>Frecuencias naturales encontradas en la medición 2.</i>	72
7.16. <i>Frecuencias naturales encontradas en la medición 3.</i>	73
7.17. <i>Frecuencias naturales encontradas en la medición 4.</i>	73
7.18. <i>Frecuencias naturales encontradas en la medición 5.</i>	74
7.19. <i>Frecuencias naturales encontradas en la medición 6.</i>	74
7.20. <i>Frecuencias naturales encontradas en la medición 7.</i>	75
7.21. <i>Frecuencias naturales encontradas en la medición 8.</i>	75
7.22. <i>Frecuencias naturales encontradas en la medición 9.</i>	76
7.23. <i>Frecuencias naturales encontradas en la medición 10.</i>	76
7.24. <i>Frecuencias naturales encontradas en la medición 11.</i>	77
7.25. <i>Frecuencias naturales encontradas en la medición 12.</i>	77
7.26. <i>Frecuencias naturales encontradas en la medición 13.</i>	78
7.27. <i>Frecuencias naturales encontradas en la medición 14.</i>	78
7.28. <i>Frecuencias naturales encontradas en la medición 15.</i>	79
7.29. <i>Frecuencias naturales encontradas en la medición 16.</i>	79
7.30. <i>Frecuencias naturales encontradas en la medición 17.</i>	80
7.31. <i>Frecuencias naturales encontradas en la medición 18.</i>	80
7.32. <i>Frecuencias naturales encontradas en la medición 19.</i>	81
7.33. <i>Frecuencias naturales encontradas en la medición 20.</i>	81
7.34. <i>Frecuencias naturales encontradas en la medición 21.</i>	82
7.35. <i>Frecuencias naturales encontradas en la medición 22.</i>	82
7.36. <i>Frecuencias naturales encontradas en la medición 23.</i>	83
7.37. <i>Frecuencias naturales encontradas en la medición 24.</i>	83

8.1. Ubicación óptima encontrada para el modelo 6.	86
8.2. Mediciones 1 y 2.	87
8.3. Mediciones 3 y 4.	87
8.4. Mediciones 5 y 6.	88
8.5. Mediciones 7 y 8.	88
8.6. Mediciones 9 y 10.	89
8.7. Mediciones 11 y 12.	89
8.8. Mediciones 13 y 14.	90
8.9. Mediciones 15 y 16.	90
8.10. Mediciones 17 y 18.	91
8.11. Mediciones 19 y 20.	91
8.12. Mediciones 21 y 22.	92
8.13. Mediciones 23 y 24.	92
8.14. Frecuencias naturales encontradas en la medición 1.	93
8.15. Frecuencias naturales encontradas en la medición 2.	93
8.16. Frecuencias naturales encontradas en la medición 3.	94
8.17. Frecuencias naturales encontradas en la medición 4.	94
8.18. Frecuencias naturales encontradas en la medición 5.	95
8.19. Frecuencias naturales encontradas en la medición 6.	95
8.20. Frecuencias naturales encontradas en la medición 7.	96
8.21. Frecuencias naturales encontradas en la medición 8.	96
8.22. Frecuencias naturales encontradas en la medición 9.	97
8.23. Frecuencias naturales encontradas en la medición 10.	97
8.24. Frecuencias naturales encontradas en la medición 11.	98
8.25. Frecuencias naturales encontradas en la medición 12.	98
8.26. Frecuencias naturales encontradas en la medición 13.	99
8.27. Frecuencias naturales encontradas en la medición 14.	99
8.28. Frecuencias naturales encontradas en la medición 15.	100
8.29. Frecuencias naturales encontradas en la medición 16.	100
8.30. Frecuencias naturales encontradas en la medición 17.	101
8.31. Frecuencias naturales encontradas en la medición 18.	101
8.32. Frecuencias naturales encontradas en la medición 19.	102
8.33. Frecuencias naturales encontradas en la medición 20.	102
8.34. Frecuencias naturales encontradas en la medición 21.	103
8.35. Frecuencias naturales encontradas en la medición 22.	103
8.36. Frecuencias naturales encontradas en la medición 23.	104
8.37. Frecuencias naturales encontradas en la medición 24.	104
9.1. Primer y segundo arreglo de sensores, midiendo en dirección longitudinal.	108
9.2. Tercer y cuarto arreglo de sensores, midiendo en dirección transversal.	109
9.3. Medición 1.	109
9.4. Medición 2.	110
9.5. Medición 3.	110
9.6. Medición 4.	111
9.7. Espectro de potencia obtenido de la medición 1.	111
9.8. Espectro de potencia obtenido de la medición 2.	112
9.9. Espectro de potencia obtenido de la medición 3.	112
9.10. Espectro de potencia obtenido de la medición 4.	113
9.11. Comparación entre las formas modales obtenidas.	118
9.12. Comparación entre las formas modales obtenidas.	120

9.13. Comparación entre las formas modales obtenidas.	122
9.14. Comparación entre las formas modales obtenidas.	124
10.1. Primer y segundo arreglo de sensores, midiendo en dirección longitudinal.	125
10.2. Tercer y cuarto arreglo de sensores, midiendo en dirección transversal.	126
10.3. Medición 1.	126
10.4. Medición 2.	127
10.5. Medición 3.	127
10.6. Medición 4.	128
10.7. Espectro de potencia obtenido de la medición 1.	128
10.8. Espectro de potencia obtenido de la medición 2.	129
10.9. Espectro de potencia obtenido de la medición 3.	129
10.10. Espectro de potencia obtenido de la medición 4.	130
10.11. Comparación entre las formas modales obtenidas.	131
10.12. Comparación entre las formas modales obtenidas.	133
10.13. Comparación entre las formas modales obtenidas.	134
10.14. Comparación entre las formas modales obtenidas.	136

Capítulo 1

Introducción

En este trabajo se busca realizar la instrumentación inalámbrica en un edificio para obtener su caracterización dinámica. Para realizar dicha instrumentación se deben conocer algunos aspectos de ésta que permita obtener resultados confiables de manera práctica. Dichos aspectos pueden dividirse en los siguientes puntos:

- Estudiar el tipo de sensores a través de sus características técnicas, sus requerimientos eléctricos o electrónicos.
- Explorar plataformas de programación para los instrumentos y sistemas de adquisición de datos que permitan obtener de ellos la información de la manera requerida.
- Encontrar metodologías objetivas que induzcan a la ubicación de los sensores de manera práctica, para obtener la mayor y mejor información posible.
- Analizar la información obtenida con la finalidad de encontrar las características de la estructura en estudio.

De las respuestas encontradas a cada uno de estos puntos se analizó y se propuso los parámetros que definen las características dinámicas de la estructura por obtener, los tipos de sensores a utilizar, así como el algoritmo para determinar su ubicación dentro del edificio.

1.1 Contexto

La identificación y evaluación temprana de daño estructural es necesaria para asegurar que las estructuras continúen con sus estándares de seguridad durante su vida operacional. Para la ingeniería estructural, tanto como para la sociedad en general, es importante conocer el comportamiento e integridad de las estructuras, una de éstas puede afectar al desarrollo económico de una nación, así como la preservación de vidas humanas.

Este comportamiento puede determinarse a partir de la detección del daño en elementos de la estructura mediante inspecciones visuales, o a partir de la respuesta global de la estructura a través de la determinación de sus características dinámicas.

La instrumentación es una manera de dar seguimiento a las características dinámicas de las estructuras. Consiste en sensores instalados sobre ella que realizan mediciones las cuales se comunican a un centro de procesamiento central. En una instrumentación tradicional, el envío de la información se realiza mediante una red de cables que conectan a cada sensor con la unidad central a través de un sistema de adquisición de datos, esto genera elevados costos de instalación y de mantenimiento, lo cual provoca que la instrumentación sea una tecnología poco implementada.

Un medio para reducir costos es eliminar las conexiones alámbricas que se necesitan entre los sensores y la unidad central. Los sistemas inalámbricos son fáciles de instalar, quitar y reemplazar. Se espera que sean, de acuerdo con el desarrollo de la tecnología, más pequeños y baratos, por lo que permitirían un uso más frecuente y en una mayor cantidad de edificios.

Mientras mayor sea la información disponible a los profesionales de la práctica con respecto a nuevas tecnologías mayor será la aceptación y el número de aplicaciones en nuestro país. Esto repercutiría en la disminución de costos y en encontrar nuevos empleos a una tecnología ahora incipiente.

En el presente, la tecnología forma parte esencial de nuestra interacción con el medio. Con ella es posible controlar iluminación, temperatura o comunicarse instantáneamente a cualquier parte del mundo. La ingeniería civil no ha aprovechado completamente los beneficios de las tecnologías disponibles. La instrumentación inalámbrica es un primer paso a objetivos mayores, como pueden ser la detección de daño estructural y el control de la respuesta sísmica o eólica de las estructuras en tiempo real.

1.2 Aportación a la ingeniería estructural

El crecimiento y desarrollo de las comunidades trae consigo demandas de servicios e infraestructura que cubran sus necesidades. Esto implica grandes inversiones en infraestructura. Sin embargo, dicha infraestructura está expuesta a riesgos debidos a nuestra interacción con la naturaleza, como por ejemplo la ocurrencia de un sismo o de vientos huracanados. Tales eventos, no solamente tienen repercusiones económicas, sino también ponen en peligro la vida de los habitantes y usuarios. Es por eso que la comunidad ingenieril investiga continuamente tanto los materiales, así como sistemas estructurales, con el fin de comprender mejor su comportamiento y mejorar los códigos de diseño y construcción.

Uno de los recursos menos utilizados es la instrumentación de las estructuras. La instrumentación permite dar seguimiento al comportamiento de la estructura ya sea durante, antes o posteriormente a que ocurra un evento sísmico, lo que permitiría conocer mejor su comportamiento sísmico, determinar sus características dinámicas e incluso podría extender su aplicación a la detección de daño, reparación o control.

La investigación realizada en esta tesis establece una metodología para la instrumentación inalámbrica de estructuras. Se presentan una secuencia de pasos para determinar una metodología de instrumentación óptima. Dichos pasos incluyen determinar los parámetros dinámicos que interesan identificar, la selección de instrumentos, ubicación de los sensores, análisis de datos y la interpretación de éstos.

Mediante la implementación de la instrumentación en una estructura real se prueban y analizan estas técnicas que conlleven finalmente a una fusión para lograr una metodología óptima de instrumentación.

1.3 Objetivos

Presentar una propuesta de parámetros y herramientas para la implementación de la instrumentación inalámbrica en el edificio de estudio.

Encontrar una metodología que permita la instrumentación de la estructura de manera óptima, cuyo procedimiento sea sencillo, transparente y permita conocer un índice que califique la información obtenida, de acuerdo a las características que se desee obtener.

Encontrar una metodología para determinar las características de la estructura a través de un análisis de la información recabada con los sensores.

1.4 Estructura de la tesis

Este trabajo está organizado de la siguiente manera:

En el capítulo dos se presenta una revisión bibliográfica acerca de la instrumentación en estructuras. Se tratan aspectos de la salud estructural y algunas metodologías para realizarla a través del seguimiento de las características dinámicas de la estructura. Se presentan las principales bondades del seguimiento de la salud estructural y los beneficios de que ésta se realice mediante la instrumentación inalámbrica. Se presentan algunos trabajos realizados en el mundo principalmente los realizados en México por Murià *et al.* (2001,2002), incluyendo el tipo de análisis realizado para procesar la información.

En el capítulo tres se presentan las metodologías LG (Lim - Gawronski), BHM (Bayard – Hadaegh - Meldrum) y Pan-Cheng que tratan sobre la ubicación de sensores y actuadores basados en la información disponible de la estructura. Se presenta también los resultados para la ubicación de sensores utilizando la metodología de Pan-Cheng en 4 marcos bidimensionales y 5 tridimensionales incluyendo a dos para el edificio p4 de la Universidad Autónoma Metropolitana Unidad Azcapotzalco, el cual es el edificio en estudio.

El capítulo cuatro trata de los procedimientos de análisis y van de la transformada rápida de Fourier al Algoritmo de Realización de Sistemas (ERA, por sus siglas en inglés) propuesto por Juang y Pappa (1985), el cual es una metodología de realización mínima estado-espacio para identificar parámetros modales utilizando mediciones con ruido, por lo que se presenta también aspectos importantes sobre la teoría de sistemas lineales de tiempo invariante.

En el capítulo cinco se presentan la descripción de los instrumentos, ya sean acelerómetros, acondicionadores de señal, sistemas de adquisición de datos o tablillas de enlace inalámbricos. Se mencionan sus principios de operación, su importancia en la instrumentación y las características técnicas de los instrumentos utilizados en la realización de este trabajo.

El capítulo seis se enfoca en la realización de mediciones realizadas en terreno libre, con la finalidad de conocer vibraciones en el suelo que pueden apreciarse en las mediciones en la estructura o incluso frecuencias no deseadas inherentes a los instrumentos de medición.

En el capítulo siete y ocho se presentan los resultados de la instrumentación alámbrica e inalámbrica, los cuales fueron obtenidos mediante el análisis de las gráficas de respuesta en el dominio de la frecuencia de los acelerogramas recolectados. Se presentan los periodos identificados para los primeros cuatro modos de vibración de la estructura y se presenta un análisis de estos y algunas comparaciones.

En los capítulos nueve y diez son presentados los resultados del Algoritmo de Realización de Sistemas y los parámetros modales identificados mediante la instrumentación alámbrica e inalámbrica. Se ilustran los procedimientos y se muestra las formas modales identificadas. Se realizan comparaciones con las teóricas y se presenta un análisis de los resultados.

Capítulo 2

Antecedentes

A continuación se presentan aspectos fundamentales de la instrumentación en estructuras. Se mencionan el proceso del monitoreo de la salud estructural a través de la instrumentación, la importancia de ésta en el contexto de la ingeniería estructural.

Se describen algunas metodologías de instrumentación mediante el monitoreo de las características dinámicas de la estructura. Se mencionan técnicas de análisis modal para la determinación de dichas características.

Finalmente, se realiza un compendio de las investigaciones a través de la instrumentación en México. Se menciona el limitado desarrollo de aplicaciones en nuestro país y se resumen dos de los principales trabajos realizados en este campo, los realizados por Murià *et al.* (2001, 2002) sobre un edificio ubicado en la ciudad de Acapulco y un edificio rehabilitado en dos ocasiones.

2.1 Seguimiento de la Salud Estructural

Las infraestructuras civiles tales como los edificios, puentes, presas, estructuras marítimas, son necesarias para permanecer en servicio durante un largo periodo de tiempo. Durante este tiempo son susceptibles de sufrir corrosión debido al medio ambiente, fatiga debido al efecto a largo plazo de las cargas aplicadas. Estos efectos se acumulan y las estructuras se deterioran y se vuelven más vulnerables a fallas locales o incluso al colapso.

Debido a estas razones el seguimiento de la salud estructural puede garantizar la seguridad de las estructuras evitando desastres que ocasionen pérdidas de vidas humanas o económicas. Permitiría estudiar el tipo de daño y, a partir de estas, establecer un sistema de rehabilitación o reparación de acuerdo al comportamiento esperado de la estructura ante un sismo intenso.

El seguimiento permanente permite medir el comportamiento de las estructuras ante excitaciones accidentales (sismos de gran intensidad, vientos huracanados). El tener un número considerable de edificaciones instrumentadas de manera permanente permitiría evaluar modelos experimentales, simulaciones de comportamiento o procedimientos de diseño.

El seguimiento de la salud estructural es aún poco frecuente, esto está relacionado con la falta de metodologías aplicables para los propósitos antes mencionados, así como a los altos costos relacionados con la instrumentación.

En principio existían desventajas en la instrumentación alámbrica (que consistía en sensores instalados en una estructura que se comunicaban a un centro de procesamiento central a través de cables) debido a los altos costos ocasionados por la cantidad de cables necesarios para poder obtener información mínima útil. Además, el costo de personal humano necesario para establecer la red y darle mantenimiento.

Estos problemas pueden ser solucionados con la instrumentación inalámbrica debido a que los cables ya no son necesarios, se disminuye la cantidad de personal necesario y se puede aumentar la cantidad de sensores por instalar y por lo tanto la cantidad de información. El mantenimiento y reposición de sensores es sencillo y se pueden programar topologías redundantes capaces de disminuir la pérdida de información en caso de fallas en algunos sensores.

2.2 Estado actual de la instrumentación

La instrumentación de estructuras, con el propósito de dar seguimiento a su comportamiento, se ha vuelto un tema importante de investigación en los últimos años. Los avances tecnológicos en campos como los dispositivos de comunicación de datos, o de los instrumentos de medición, ayudan a que la instrumentación de sistemas estructurales se vuelva una práctica frecuente, lo que genera un aumento de la oferta de productos más eficaces y confiables y disminuye los costos.

Del mismo modo que existe este tipo de avances tecnológicos, se desarrollan a la par técnicas para obtener las propiedades dinámicas mediante las cuales se pueda medir el comportamiento de la estructura.

Las técnicas de análisis modal son un método común para determinar las propiedades dinámicas. Existen muchos métodos de análisis modal. A continuación se enumeran algunos de estos, que pueden utilizarse para la identificación de los parámetros dinámicos de la estructura.

El método exponencial complejo (Maia y Silva, 2001), analiza el decaimiento de la respuesta de vibración en el dominio del tiempo. El método en el dominio de tiempo (Ibrahim y Mikulcik, 1977), utiliza la repuesta en vibración libre de la estructura para la identificación de parámetros de vibración.

El enfoque clásico para la determinación de los parámetros modales es el denominado Dominio de Frecuencia Básico o técnica de elección de picos, está basado en el procesamiento de la señal utilizando la transformada discreta de Fourier, tomando que los modos de vibración pueden ser estimados directamente en los picos de la matriz de densidad espectral de potencia.

Otra de estas técnicas es el algoritmo de realización de sistemas característicos, ERA (Juang y Pappa, 1985), mediante este algoritmo pueden identificarse parámetros modales a partir de datos experimentales.

El procedimiento general para determinar las propiedades dinámicas de la estructura consiste en colocar sensores en puntos de interés dentro de la estructura. Cada uno de estos sensores es capaz de medir aceleraciones en la dirección deseada a través de una señal en voltaje. Esta información es guardada y transmitida, alámbrica o inalámbricamente, a una computadora que sirve de centro de procesamiento de datos el cual transforma la señal analógica a digital. Las frecuencias naturales de vibración son obtenidas determinando los picos de las gráficas de la respuesta en frecuencia de la estructura.

Un ejemplo de la caracterización de una estructura a partir de sus características dinámicas fue realizado en un edificio de oficinas de 15 niveles localizado en Tokio (Zhang *et al.*, 2002).

El edificio fue construido con una técnica llamada CFT, que consiste en columnas de sección de tubos de acero rellenas de concreto y vigas de patines anchos, en la Figura 2.1 se muestra una vista del edificio CFT.



Figura 2.1. Edificio CFT en Tokio (Zhang *et al.*, 2002)

El objetivo del proyecto fue investigar la variación de las características de vibración durante el progreso de construcción a través de mediciones de la respuesta de vibración ambiental. Fue realizada para examinar las contribuciones separadas de los marcos de acero, las columnas de concreto, las losas, los muros externos e internos. Esta información se utilizó para completar el modelo de elemento finito del edificio.

Durante la etapa de construcción, se utilizaron 3 sensores para obtener las frecuencias fundamentales. Después de la conclusión del edificio, se realizaron mediciones más extensas y se encontraron modos superiores. Se utilizó la técnica de Descomposición del Dominio de la Frecuencia para la identificación de los parámetros modales. En la Figura 2.2 se presenta la gráfica de los valores singulares del edificio CFT.

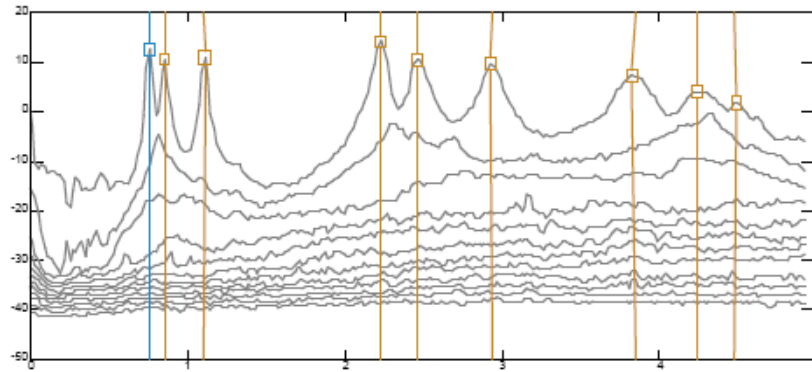


Figura 2.2. Valores singulares de la matriz de Densidad Espectral de Potencia (Zhang *et al.*, 2002)

La Figura 2.3 muestra los 9 modos identificados correspondientes a las frecuencias estimadas.

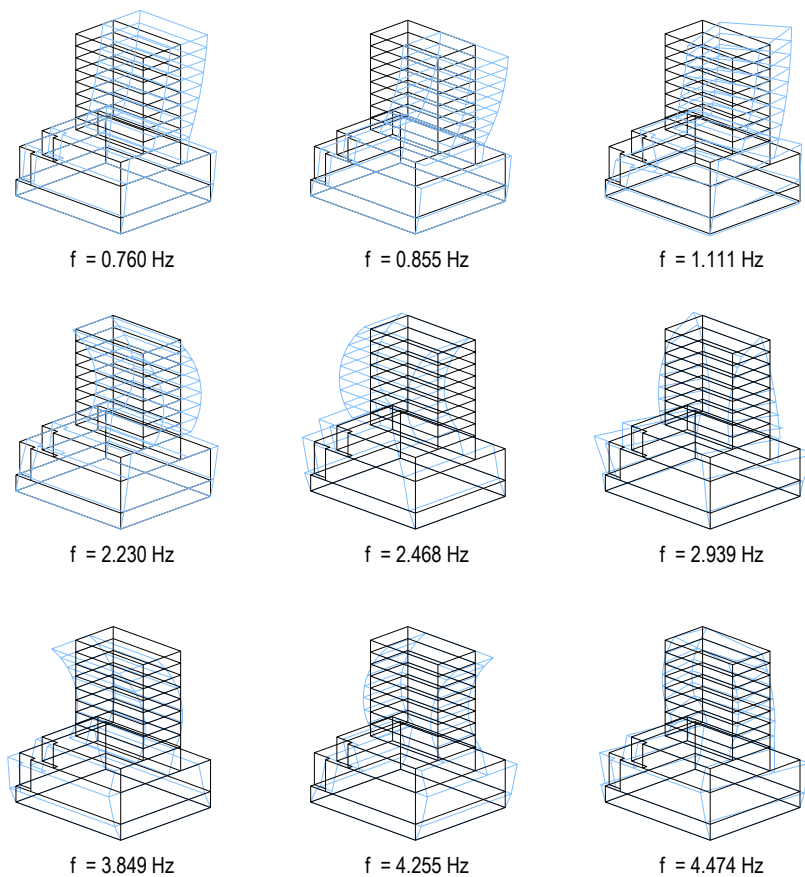


Figura 2.3. Modos de vibración identificados (Zhang *et al.*, 2002)

Los beneficios de instrumentar el edificio son importantes y pueden ser extrapolados a edificios que utilicen técnicas similares. La instrumentación en este caso sirvió para completar el modelado de un edificio construido con sistema especial, de la cual se tenía poca información.

2.3 Instrumentación en México

La instrumentación de estructuras permite hacer evaluaciones cuantitativas tanto de las acciones impuestas como de la respuesta de la estructura. Determinar parámetros dinámicos de las estructuras tales como las frecuencias, amortiguamiento, modos de vibrar así como algunas propiedades como el desplazamiento, velocidad y aceleración de manera constante permite estimar cambios en las propiedades físicas de la estructura a lo largo del tiempo.

Esta información facilita la toma de decisiones en un sistema de gestión de rehabilitación o reparación, mejorar los criterios de diseño estructural, evaluar el comportamiento de esquemas nuevos de estructuración, entre otros.

Sin embargo, en México se estima que existen menos de 30 edificios instrumentados, de los cuales la mayoría se encuentra en la ciudad de México. Esta cantidad de edificios puede considerarse pequeña e insuficiente debido a la alta actividad sísmica de México, y a lo amplio de la zona del Pacífico Mexicano.

El primer edificio instrumentado en México fue la Torre Latinoamericana (Zeervaert, 1960), y data de los años 50, de los sismos ocurridos en 1957. Este estudio sirvió para determinar el coeficiente sísmico en la base de la misma, mediante las distorsiones de entrepiso.

A continuación se presentan algunos trabajos realizados en edificios instrumentados.

Murià *et al.* (2002) instrumentaron un edificio de 17 niveles más un sótano utilizado como estacionamiento, construido en el año 2000. La estructuración consta de marcos de concreto reforzado, muros y losas monolíticas con las trabes. La cimentación se basa en 30 pilas de 12.5 m de profundidad. El edificio está ubicado en la ciudad de Acapulco, Guerrero, desplantado sobre suelo blando. Se eligió este edificio debido a que su localización tiene una alta probabilidad de ocurrencia de un evento sísmico. En la Figura 2.4 se muestra el edificio instrumentado y la planta tipo.



Figura 2.4. Edificio instrumentado y planta tipo (Murià *et al.*, 2002)

Se instaló una red de 24 acelerómetros uniaxiales. En la azotea y el sótano se colocaron dos en la dirección T y uno en la dirección L, así como 3 verticales en las esquinas de sus plantas; en los niveles 4, 8 y 12, se colocaron dos en la dirección T y uno en la dirección L; los 3 restantes en la estación de campo con un arreglo tridimensional, de acuerdo a la nomenclatura de la planta tipo mostrada en la Figura 2.4.

Con esta instrumentación han registrado 25 sismos de pequeña intensidad y han realizado pruebas de vibración ambiental. Los resultados obtenidos en este trabajo incluyen la determinación del espectro de respuesta, utilizando la información de la estación de campo y del sótano obtenida durante dos sismos. Las propiedades dinámicas del sistema se determinaron a partir de un análisis espectral.

Las frecuencias naturales de vibración y sus formas modales, obtenidas de los datos de los dos sismos y de la prueba de vibración ambiental se muestran en la Figura 2.5.

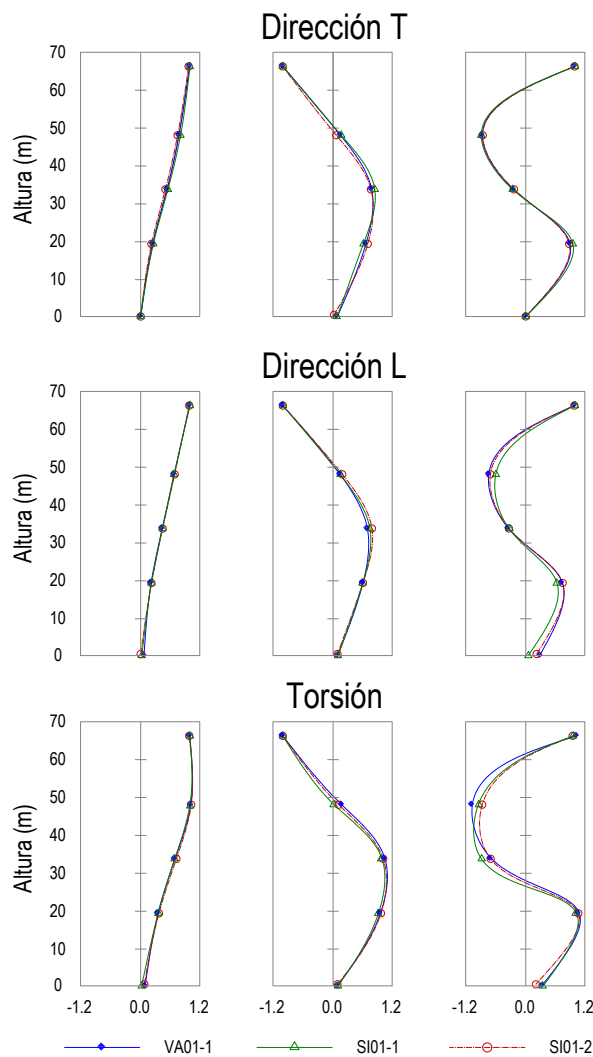


Figura 2.5. Frecuencias naturales y formas modales (Murià *et al.*, 2002)

Murià *et al.* (2001) realizaron un estudio sobre el edificio Jal instrumentado en 1992. El edificio está localizado en la ciudad de México y desplantado sobre suelo blando, ha sido reparado en dos ocasiones a lo largo de su vida útil. La primera reparación se realizó en 1986 debido al daño sufrido durante los sismos de Michoacán de 1985. Posteriormente fue reparado nuevamente debido a un deficiente comportamiento sísmico entre 1986 y 1995.

La estructura original del edificio Jal consistía en columnas de concreto reforzado, muros de mampostería en las fachadas laterales y en el cubo de escaleras, muros de concreto reforzado en el cubo de elevadores y losas reticulares de concreto reforzados. La cimentación está basada en un cajón de concreto reforzado desplantado a una profundidad de 3.30m.

La primera rehabilitación consistió en encamisar todas las columnas interiores de los niveles de oficinas con concreto reforzado de 20 cm de espesor, también cuatro columnas interiores de los niveles de estacionamiento. Se construyeron muros de concreto reforzado en las crujías extremas de los marcos exteriores en la dirección longitudinal, anclando la cara superior a la losa.

La segunda rehabilitación consistió en colocar contraventeos metálicos en X en la crujía central en la dirección transversal, las cuales eran de sección transversal cuadrada hueca, formadas de placas de acero. Las diagonales se adhirieron a los marcos los cuales se reforzaron con concreto y acero adicionales. En la Figura 2.6 se muestran las vistas en elevación y las plantas de oficinas y de estacionamiento del edificio en estudio.

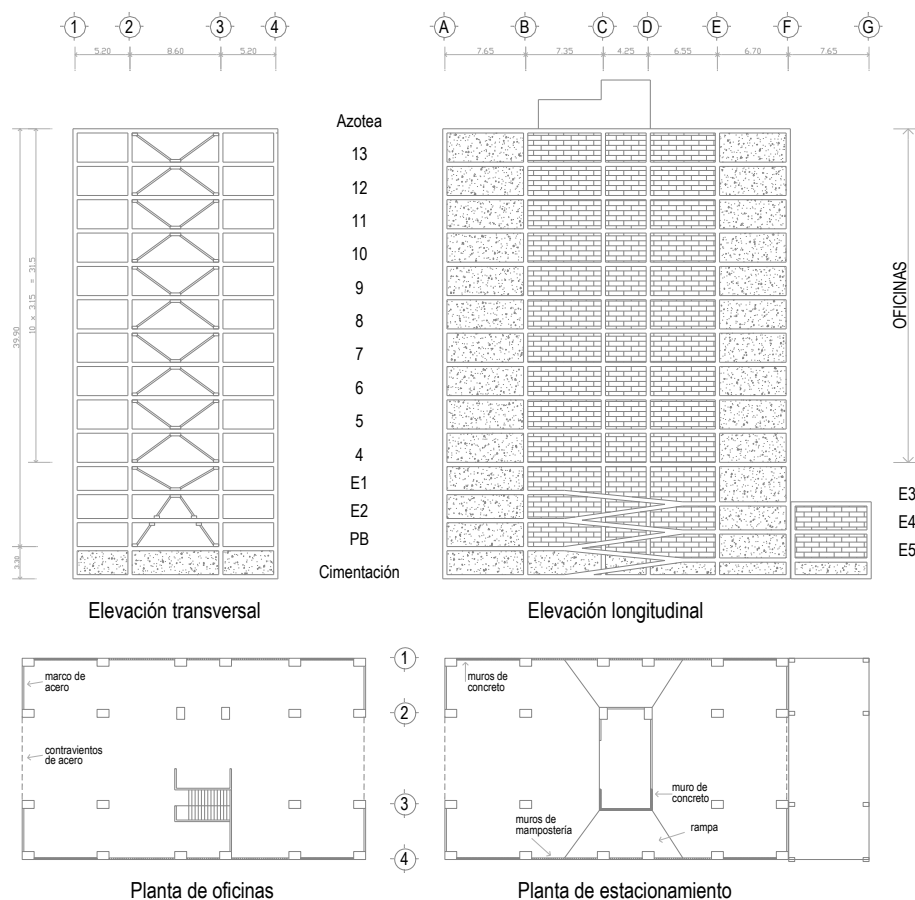


Figura 2.6. Plantas y elevaciones del edificio Jal (Murià *et al.*, 2001)

La instrumentación consistió en 14 acelerógrafos triaxiales, dos colocados en pozos profundos a 20 y 45 m, uno a nivel de terreno, cuatro en el sótano, dos en el nivel cinco, dos en el nivel 10 y tres en la azotea.

En la Figura 2.7 se muestra esquemáticamente la instrumentación del edificio Jal.

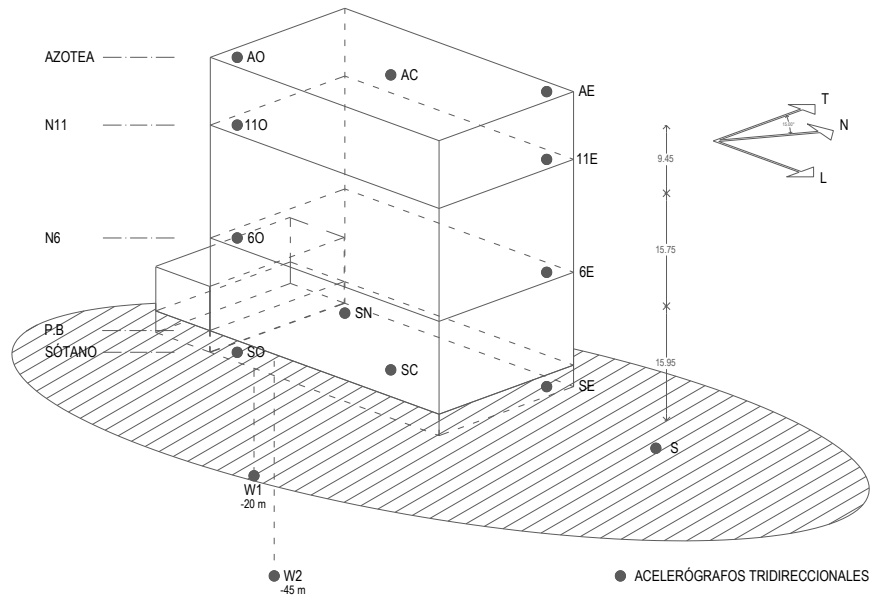


Figura 2.7. Instrumentación del edificio Jal (Muriá *et al.*, 2001)

Con la información recabada a lo largo de siete años se lograron observar las variaciones de las frecuencias naturales y de amortiguamiento del sistema, se estudiaron algunas características de la respuesta sísmica del edificio y su interacción con el suelo cuando está sujeto a sismos de pequeña y mediana intensidad.

Capítulo 3

Ubicación óptima de sensores en la estructura

3.1 Métodos para la elección de la ubicación de sensores

Existen diferentes propuestas de ubicación de sensores con el propósito de identificar parámetros dinámicos. Debido a que el número de sensores está a veces limitado por los costos de la instrumentación, tanto de los equipos como de su instalación, es importante una metodología para la ubicación óptima de los sensores.

De acuerdo a Gawronski (1996) la ubicación de sensores y actuadores puede establecerse a través de metodologías basadas en un enfoque racional. Este enfoque se basa en utilizar la información disponible de la misma estructura y en el desempeño estructural requerido. La información preliminar de las propiedades de la estructura se obtiene generalmente de un modelo de la estructura y el desempeño de la estructura se mide a través de desplazamientos o aceleraciones en diferentes ubicaciones.

Para pruebas en estructuras simples se puede determinar la ubicación óptima de los sensores y actuadores en base a la experiencia del ingeniero, o incluso a través de un enfoque de prueba o error. Sin embargo, para estructuras complejas esto no es tarea fácil y es necesario trasladar lo subjetivo del juicio ingenieril a parámetros de análisis. En general, las metodologías están basadas en determinar la norma de las participaciones de cada sensor o actuador en el sistema, de acuerdo con los modos seleccionados por estudiar, y finalmente enumerarlas por importancia.

Cherng (2003), propuso un método que se basa en los métodos de Lim-Gawronski (LG) y Bayard-Hadaegh-Meldrum (BHM). Este método se implementó para la determinación de la ubicación de los sensores en el edificio de estudio. A continuación se describe brevemente.

3.2 Método LG

Este método utiliza una matriz Γ de dimensiones $m \times n$, en el que cada columna representa la distribución de energía (γ) de cada modo (m) en cada localización del sensor, y cada fila la contribución de cada sensor (n) en cada modo.

$$\Gamma_{LG} = \begin{bmatrix} \tilde{\gamma}_{11}^2 & \tilde{\gamma}_{12}^2 & \dots & \tilde{\gamma}_{1n}^2 \\ \tilde{\gamma}_{21}^2 & \tilde{\gamma}_{22}^2 & \dots & \tilde{\gamma}_{2n}^2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \tilde{\gamma}_{m1}^2 & \tilde{\gamma}_{m2}^2 & \dots & \tilde{\gamma}_{mn}^2 \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

El índice de ubicación se define de acuerdo con la expresión:

$$\varphi_i = \frac{\gamma_i^2}{\gamma^2} \quad (3.2)$$

La mejor ubicación de los sensores se encuentra a partir de los valores más grandes φ_i para los sensores disponibles.

3.3 Método BHM

Este método utiliza una matriz de contribución (Γ) en términos de los vectores de formas modales (ϕ), donde m es el número de localizaciones de sensores y n es el número de modos.

$$\Gamma_{BHM} = \begin{bmatrix} \tilde{\phi}_{11}^2 & \tilde{\phi}_{12}^2 & \dots & \tilde{\phi}_{1n}^2 \\ \tilde{\phi}_{21}^2 & \tilde{\phi}_{22}^2 & \dots & \tilde{\phi}_{2n}^2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \tilde{\phi}_{m1}^2 & \tilde{\phi}_{m2}^2 & \dots & \tilde{\phi}_{mn}^2 \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

El índice de ubicación utilizado es el siguiente:

$$\psi = \prod_{r=1}^n \|\phi_r\| \quad (3.4)$$

Este método permite que la evaluación de la contribución modal pueda realizarse modo por modo independientemente, por lo que para diferentes modos objetivos (modos que se desean obtener) se obtengan diferentes combinaciones de ubicaciones para los sensores.

3.4 Método Pan-Cherng

El método de Pan-Cherng, basado en la modificación de los dos anteriores, normaliza la contribución de cada sensor en cada modo de manera que cada modo tenga la misma contribución en la matriz.

$$\rho_{ir} = \frac{\tilde{\phi}_{ir}^2}{\sum_{r=1}^m \tilde{\phi}_{ir}^2} \quad (3.5)$$

$$\Gamma = \begin{bmatrix} \tilde{\rho}_{11}^2 & \tilde{\rho}_{12}^2 & \dots & \tilde{\rho}_{1n}^2 \\ \tilde{\rho}_{21}^2 & \tilde{\rho}_{22}^2 & \dots & \tilde{\rho}_{2n}^2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \tilde{\rho}_{m1}^2 & \tilde{\rho}_{m2}^2 & \dots & \tilde{\rho}_{mn}^2 \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

La contribución de cada sensor en todos los modos objetivos es la siguiente:

$$\rho = \sum_{r=1}^n \rho_{ir} \quad (3.7)$$

$$\sum_{r=1}^n \rho_{ir} = n \quad (3.8)$$

Finalmente, el índice de ubicación es el resultado de la siguiente ecuación:

$$\psi = \prod_{r=1}^n \sum_{r=1}^n \rho_{ir} \quad (3.9)$$

La mejor combinación de ubicaciones para los sensores se encuentra para el mayor valor de este índice, de acuerdo a los modos objetivos.

Este método es el seleccionado para aplicarse en este trabajo, dado que considera normalizar la contribución de cada sensor, por lo que cada modo seleccionado tiene la misma importancia y la elección de la ubicaciones de los sensores no estará regido por un sólo modo. Además, el índice de ubicación se determina en base a la combinación mayor de contribuciones del número disponible de sensores, por lo que resulta fácil de programar y práctico cuando se tienen modelos con mucha información.

En las secciones siguientes de este capítulo se presentan la descripción de la estructura seleccionada, la aplicación del método Pan-Cherng en marcos bidimensionales y tridimensionales.

3.5 Descripción de la estructura

El edificio seleccionado en este estudio, como ejemplo de aplicación, es el edificio p4 de la Universidad Autónoma Metropolitana Unidad Azcapotzalco. Este corresponde a un edificio de tres niveles destinados a oficinas y se encuentra ubicado en el norte de la Ciudad de México. En la Figura 3.1 se muestra las secciones transversales de las columnas y vigas de la estructura, la Figura 3.2 muestra una planta tipo del edificio y la Figura 3.3 un modelo esquemático del edificio en tres dimensiones.



Figura 3.1. Secciones transversales. Acotación en metros.

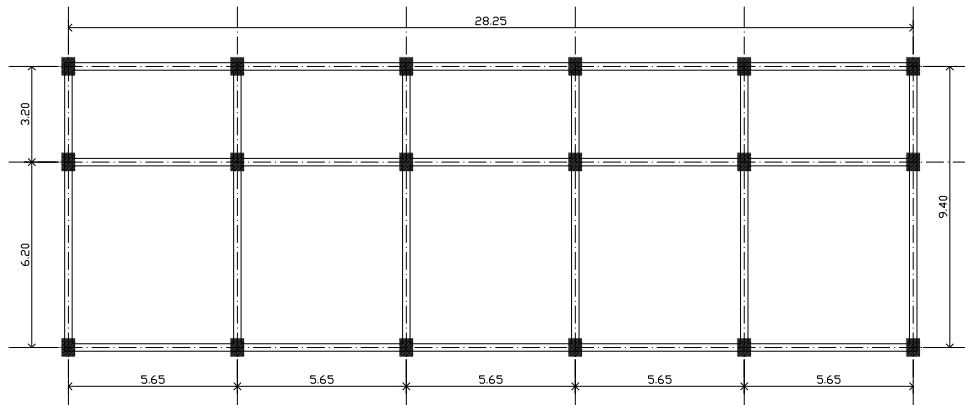


Figura 3.2. Planta tipo. Acotación en metros.

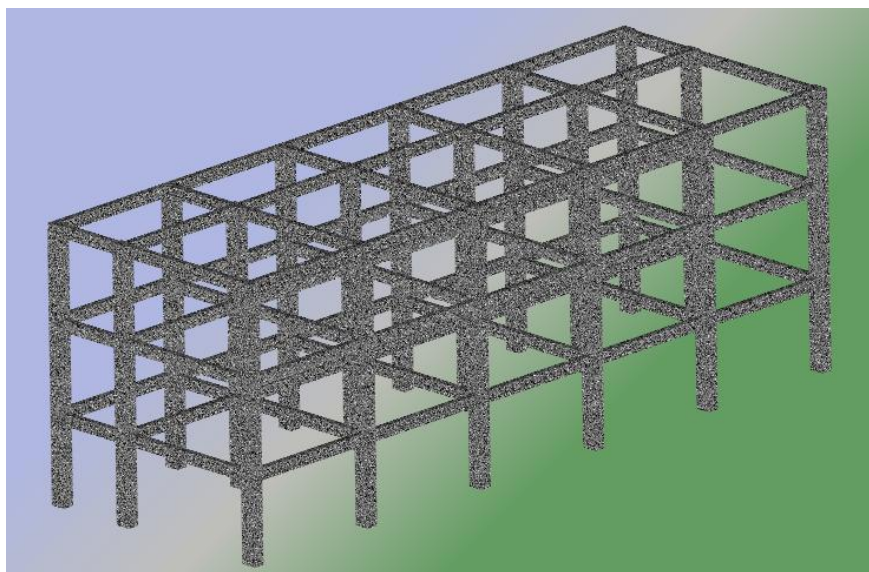


Figura 3.3. Modelo esquemático

3.6 Resultados de la metodología seleccionada para modelos bidimensionales

Se construyó un modelo, denominado 1, a partir de un marco de la estructura en dirección transversal. Se utilizaron 12 nodos y 15 elementos, cada nodo en la intersección de elementos, como se muestra en la Figura 3.4.

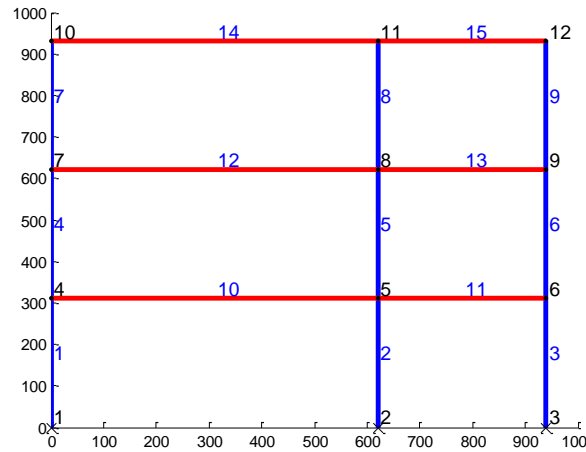


Figura 3.4. Modelo 1 con 12 nodos y 15 elementos.

De este modelo se determinaron las frecuencias naturales y sus formas modales, mediante el enfoque de análisis matricial de estructuras. Se utilizó la matriz de masa consistente. Conforme a Tedesco *et al.* (1999), se deben considerar un número de modos tal que la suma de las masas efectivas represente al menos el 90% de la masa total de la estructura. Considerando esto, se utilizaron únicamente las primeras tres formas modales como los modos objetivos para la aplicación del método. Los vectores de las formas modales se muestran en la Tabla 3.1.

Tabla 3.1. Matriz de formas modales del modelo 1.

Nodos	Sensor	Formas modales		
		Φ_{x1}	Φ_{x2}	Φ_{x3}
4x	1	-6.07E-02	-1.76E-01	1.65E-01
4y	2	-6.73E-04	2.10E-03	2.14E-02
4θ	3	2.82E-04	4.80E-04	-1.09E-04
5x	4	-6.10E-02	-1.75E-01	1.54E-01
5y	5	-1.46E-03	2.31E-03	1.59E-02
5θ	6	2.37E-04	3.54E-04	3.70E-04
6x	7	-6.09E-02	-1.72E-01	1.45E-01
6y	8	2.11E-03	-3.44E-03	2.34E-03
6θ	9	2.61E-04	3.98E-04	7.09E-05
7x	10	-1.57E-01	-1.52E-01	-1.47E-01
7y	11	-1.09E-03	4.83E-03	3.95E-02
7θ	12	2.66E-04	-6.25E-04	1.17E-03
8x	13	-1.57E-01	-1.47E-01	-1.12E-01
8y	14	-2.34E-03	5.51E-03	2.91E-02
8θ	15	2.36E-04	-5.50E-04	-2.57E-04
9x	16	-1.57E-01	-1.44E-01	-1.04E-01
9y	17	3.39E-03	-8.27E-03	3.66E-03
9θ	18	2.51E-04	-5.72E-04	4.55E-04
10x	19	-2.32E-01	1.77E-01	5.87E-02
10y	20	-1.26E-03	6.56E-03	5.98E-02
10θ	21	1.91E-04	-1.12E-03	-3.02E-03
11x	22	-2.32E-01	1.71E-01	2.29E-02
11y	23	-2.66E-03	7.42E-03	4.20E-02
11θ	24	1.43E-04	-7.15E-04	9.55E-04
12x	25	-2.31E-01	1.68E-01	2.01E-02
12y	26	3.88E-03	-1.11E-02	3.22E-03
12θ	27	1.70E-04	-8.86E-04	-8.42E-04

Las formas modales mencionadas se muestran en la Figura 3.5.

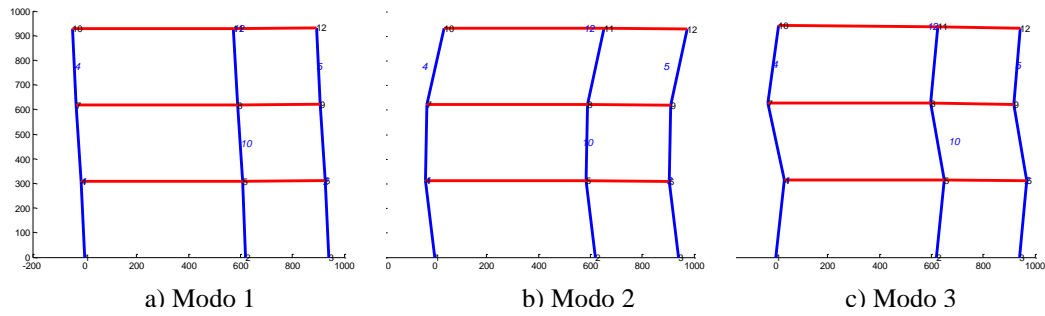


Figura 3.5. Formas modales del modelo 1.

Posteriormente se normalizan las formas modales de acuerdo a la ecuación 3.5, con lo cual se obtiene la matriz Γ . Esta se muestra en la Tabla 3.2.

Tabla 3.2. Matriz Γ del modelo 1.

Nodos	Sensor	Formas modales normalizadas		
		\bar{p}_{i1}	\bar{p}_{i2}	\bar{p}_{i3}
4x	1	1.50E-02	1.26E-01	2.10E-01
4y	2	1.84E-06	1.79E-05	3.53E-03
4θ	3	3.23E-07	9.37E-07	9.15E-08
5x	4	1.51E-02	1.25E-01	1.83E-01
5y	5	8.66E-06	2.17E-05	1.95E-03
5θ	6	2.28E-07	5.10E-07	1.05E-06
6x	7	1.51E-02	1.20E-01	1.62E-01
6y	8	1.81E-05	4.81E-05	4.22E-05
6θ	9	2.77E-07	6.44E-07	3.87E-08
7x	10	1.00E-01	9.40E-02	1.66E-01
7y	11	4.83E-06	9.49E-05	1.20E-02
7θ	12	2.87E-07	1.59E-06	1.05E-05
8x	13	1.00E-01	8.79E-02	9.66E-02
8y	14	2.22E-05	1.24E-04	6.52E-03
8θ	15	2.26E-07	1.23E-06	5.09E-07
9x	16	1.00E-01	8.44E-02	8.33E-02
9y	17	4.67E-05	2.78E-04	1.03E-04
9θ	18	2.56E-07	1.33E-06	1.59E-06
10x	19	2.19E-01	1.27E-01	2.65E-02
10y	20	6.45E-06	1.75E-04	2.75E-02
10θ	21	1.48E-07	5.10E-06	7.03E-05
11x	22	2.19E-01	1.19E-01	4.04E-03
11y	23	2.87E-05	2.24E-04	1.36E-02
11θ	24	8.31E-08	2.08E-06	7.03E-06
12x	25	2.17E-01	1.15E-01	3.11E-03
12y	26	6.12E-05	5.01E-04	7.99E-05
12θ	27	1.17E-07	3.19E-06	5.46E-06
Σ =		1	1	1

En este primer modelo se utilizan únicamente dos sensores para ilustrar el procedimiento de análisis y poder mostrar los datos obtenidos de manera concisa. Se realizan las combinaciones de las localizaciones de sensores y se obtiene el índice de importancia (ψ) para cada uno de acuerdo con la ecuación 3.9. En la Tabla 3.3 se presentan las combinaciones obtenidas y su respectivo índice de importancia.

Tabla 3.3. Combinaciones de sensores e índice de importancia del modelo 1.

Comb	Γ	Comb	Γ	Comb	Γ	Comb	Γ	Comb	Γ	Comb	Γ	Comb	Γ	Comb	Γ
1,2	0.354	2,16	0.271	4,8	0.323	5,25	0.337	7,23	0.311	9,25	0.335	12,16	0.268	15,16	0.268
1,3	0.351	2,17	0.004	4,9	0.322	5,26	0.003	7,24	0.297	9,26	0.001	12,17	0.000	15,17	0.000
1,4	0.673	2,18	0.004	4,10	0.683	5,27	0.002	7,25	0.632	9,27	0.000	12,18	0.000	15,18	0.000
1,5	0.353	2,19	0.376	4,11	0.335	6,7	0.297	7,26	0.298	10,11	0.373	12,19	0.373	15,19	0.373
1,6	0.351	2,20	0.031	4,12	0.322	6,8	0.000	7,27	0.297	10,12	0.361	12,20	0.028	15,20	0.028
1,7	0.648	2,21	0.004	4,13	0.607	6,9	0.000	8,9	0.000	10,13	0.645	12,21	0.000	15,21	0.000
1,8	0.351	2,22	0.345	4,14	0.329	6,10	0.361	8,10	0.361	10,14	0.367	12,22	0.342	15,22	0.342
1,9	0.351	2,23	0.017	4,15	0.322	6,11	0.012	8,11	0.012	10,15	0.361	12,23	0.014	15,23	0.014
1,10	0.711	2,24	0.004	4,16	0.590	6,12	0.000	8,12	0.000	10,16	0.628	12,24	0.000	15,24	0.000
1,11	0.363	2,25	0.338	4,17	0.323	6,13	0.285	8,13	0.285	10,17	0.361	12,25	0.335	15,25	0.335
1,12	0.351	2,26	0.004	4,18	0.322	6,14	0.007	8,14	0.007	10,18	0.361	12,26	0.001	15,26	0.001
1,13	0.635	2,27	0.004	4,19	0.695	6,15	0.000	8,15	0.000	10,19	0.733	12,27	0.000	15,27	0.000
1,14	0.357	3,4	0.322	4,20	0.350	6,16	0.268	8,16	0.268	10,20	0.388	13,14	0.291	16,17	0.268
1,15	0.351	3,5	0.002	4,21	0.322	6,17	0.000	8,17	0.001	10,21	0.361	13,15	0.285	16,18	0.268
1,16	0.619	3,6	0.000	4,22	0.664	6,18	0.000	8,18	0.000	10,22	0.702	13,16	0.553	16,19	0.641
1,17	0.351	3,7	0.297	4,23	0.336	6,19	0.373	8,19	0.373	10,23	0.374	13,17	0.285	16,20	0.296
1,18	0.351	3,8	0.000	4,24	0.322	6,20	0.028	8,20	0.028	10,24	0.361	13,18	0.285	16,21	0.268
1,19	0.723	3,9	0.000	4,25	0.657	6,21	0.000	8,21	0.000	10,25	0.695	13,19	0.657	16,22	0.610
1,20	0.378	3,10	0.361	4,26	0.323	6,22	0.342	8,22	0.342	10,26	0.361	13,20	0.312	16,23	0.282
1,21	0.351	3,11	0.012	4,27	0.322	6,23	0.014	8,23	0.014	10,27	0.361	13,21	0.285	16,24	0.268
1,22	0.692	3,12	0.000	5,6	0.002	6,24	0.000	8,24	0.000	11,12	0.012	13,22	0.626	16,25	0.603
1,23	0.365	3,13	0.285	5,7	0.299	6,25	0.335	8,25	0.335	11,13	0.297	13,23	0.299	16,26	0.268
1,24	0.351	3,14	0.007	5,8	0.002	6,26	0.001	8,26	0.001	11,14	0.019	13,24	0.285	16,27	0.268
1,25	0.685	3,15	0.000	5,9	0.002	6,27	0.000	8,27	0.000	11,15	0.012	13,25	0.619	17,18	0.000
1,26	0.351	3,16	0.268	5,10	0.363	7,8	0.298	9,10	0.361	11,16	0.280	13,26	0.285	17,19	0.373
1,27	0.351	3,17	0.000	5,11	0.014	7,9	0.297	9,11	0.012	11,17	0.013	13,27	0.285	17,20	0.028
2,3	0.004	3,18	0.000	5,12	0.002	7,10	0.658	9,12	0.000	11,18	0.012	14,15	0.007	17,21	0.001
2,4	0.326	3,19	0.373	5,13	0.287	7,11	0.310	9,13	0.285	11,19	0.385	14,16	0.275	17,22	0.342
2,5	0.006	3,20	0.028	5,14	0.009	7,12	0.297	9,14	0.007	11,20	0.040	14,17	0.007	17,23	0.014
2,6	0.004	3,21	0.000	5,15	0.002	7,13	0.582	9,15	0.000	11,21	0.012	14,18	0.007	17,24	0.000
2,7	0.301	3,22	0.342	5,16	0.270	7,14	0.304	9,16	0.268	11,22	0.354	14,19	0.379	17,25	0.335
2,8	0.004	3,23	0.014	5,17	0.002	7,15	0.297	9,17	0.000	11,23	0.026	14,20	0.034	17,26	0.001
2,9	0.004	3,24	0.000	5,18	0.002	7,16	0.565	9,18	0.000	11,24	0.012	14,21	0.007	17,27	0.000
2,10	0.364	3,25	0.335	5,19	0.375	7,17	0.298	9,19	0.373	11,25	0.347	14,22	0.348	18,19	0.373
2,11	0.016	3,26	0.001	5,20	0.030	7,18	0.297	9,20	0.028	11,26	0.013	14,23	0.021	18,20	0.028
2,12	0.004	3,27	0.000	5,21	0.002	7,19	0.670	9,21	0.000	11,27	0.012	14,24	0.007	18,21	0.000
2,13	0.288	4,5	0.324	5,22	0.344	7,20	0.325	9,22	0.342	12,13	0.285	14,25	0.341	18,22	0.342
2,14	0.010	4,6	0.322	5,23	0.016	7,21	0.297	9,23	0.014	12,14	0.007	14,26	0.007	18,23	0.014
2,15	0.004	4,7	0.620	5,24	0.002	7,22	0.639	9,24	0.000	12,15	0.000	14,27	0.007	18,24	0.000

Finalmente, se puede observar de la Tabla anterior que la combinación con el índice más alto es el de los sensores 10 y 19, con un valor de 0.733 de 3 posibles (que son el número de modos seleccionados), los cuales corresponden a los nodos 7 y 10 ambos en dirección x. En la Figura 3.6 se muestra la ubicación óptima de los sensores.

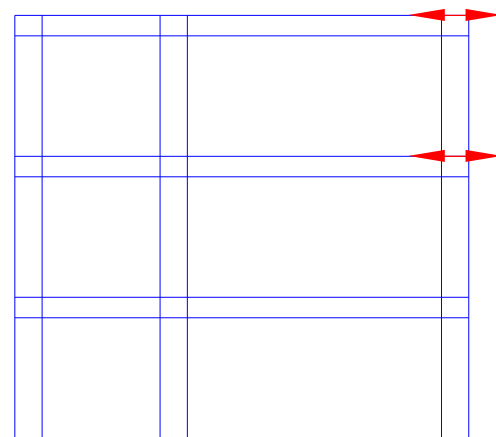


Figura 3.6. Ubicación óptima encontrada para el modelo 1.

El modelo 2 que consta de 27 nodos y 30 elementos (ver Figura 3.7). Este modelo también está construido a partir de un marco transversal de la estructura, con la diferencia que los nodos se encuentran, adicionalmente, en los puntos medios de los elementos.

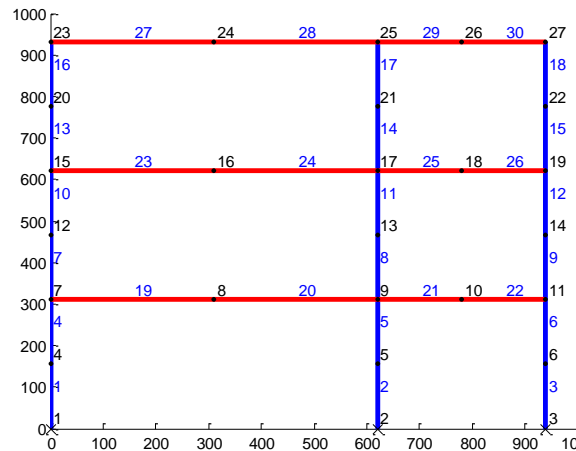


Figura 3.7. Modelo 2 con 27 nodos y 30 elementos.

Se determinaron los vectores de formas modales de este modelo, se muestra en la Figura 3.8 las formas modales asociadas a dichos vectores.

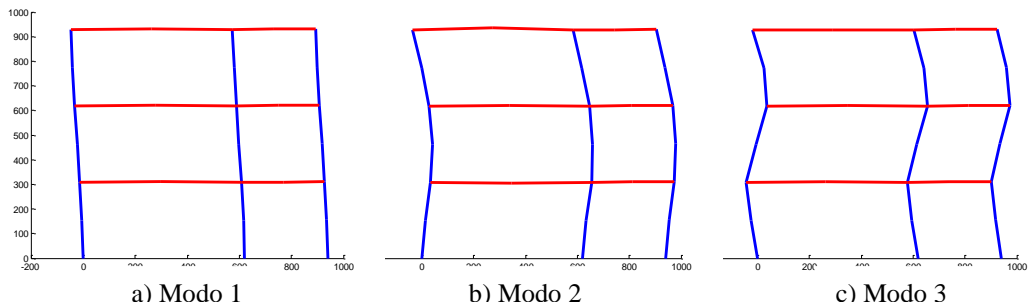


Figura 3.8. Formas modales del modelo 2.

Al utilizar el método de Pan-Cherng, descrito anteriormente, se determinó la posición óptima suponiendo combinaciones de 3 sensores. Las mejores posiciones encontradas fueron las siguientes 8x, 23x y 24x, con un índice de 0.514 de 3 posibles, estas se muestran en la Figura 3.9.

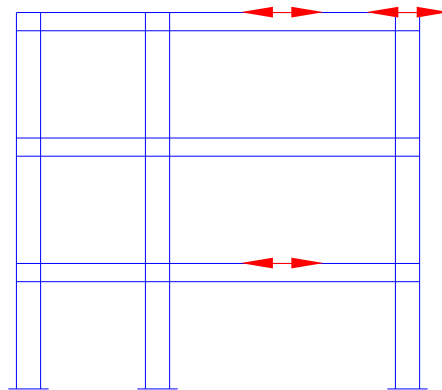


Figura 3.9. Ubicación óptima encontrada para el modelo 2.

El modelo 3 se construyó a partir de un marco de la estructura en dirección longitudinal, se utilizaron 25 nodos y 33 elementos, cada nodo en la intersección de elementos, como se muestra en la Figura 3.10.

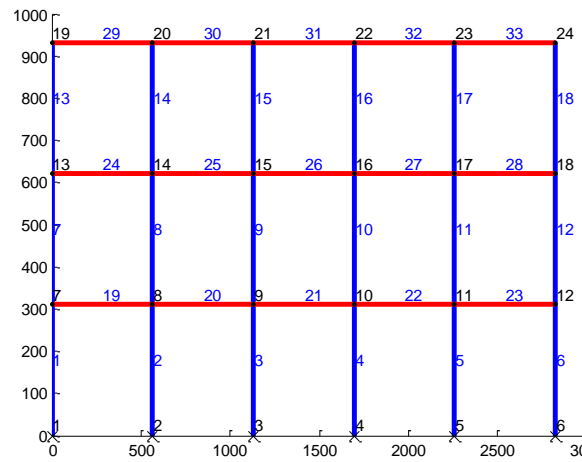


Figura 3.10. Modelo 3 con 27 nodos y 30 elementos.

Se determinaron los vectores de las tres primeras formas modales de este modelo las cuales se muestran en la Figura 3.11.

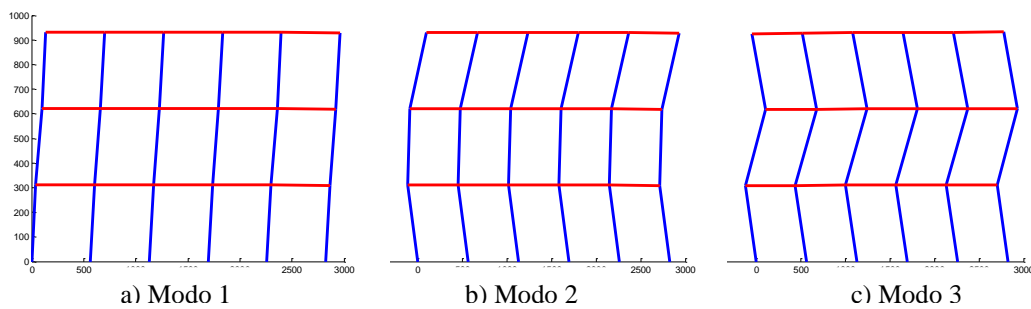


Figura 3.11. Formas modales del modelo 3.

La combinación con el índice más alto es el de valor de 0.532 de 3 posibles, el cual corresponde a los sensores 21, 22 y 23, todos en dirección x, estos se muestran en la Figura 3.12.

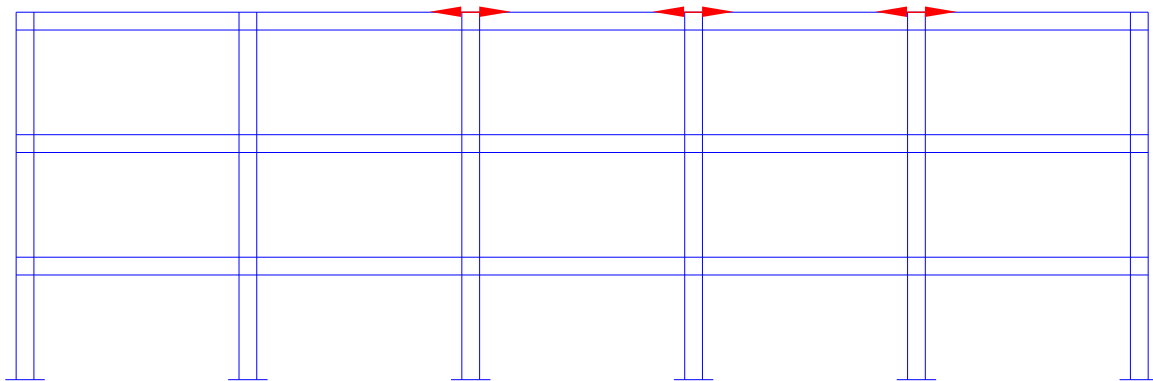


Figura 3.12. Ubicación óptima encontrada para el modelo 3.

El modelo 4, que consta de 57 nodos y 66 elementos, se muestra en la Figura 3.13. Este modelo también está construido a partir de un marco longitudinal de la estructura, se colocaron nodos en las intersecciones y a mitad de los elementos.

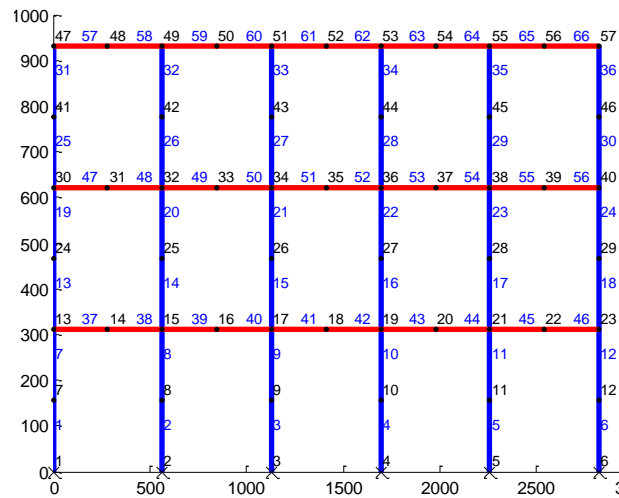


Figura 3.13. Modelo 4 con 57 nodos y 66 elementos.

Se determinaron los vectores de formas modales de este modelo, se muestra en la Figura 3.14 las formas modales asociadas a dichos vectores.

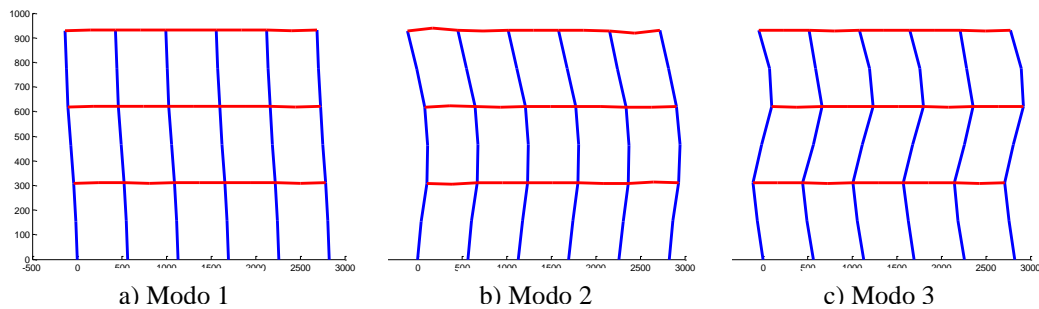


Figura 3.14. Formas modales del modelo 4.

La combinación con el índice más alto es el de valor de 0.598 de 3 posibles, el cual corresponde a los sensores 50, 52 y 54, todos en dirección x, estos se muestran en la Figura 3.15.

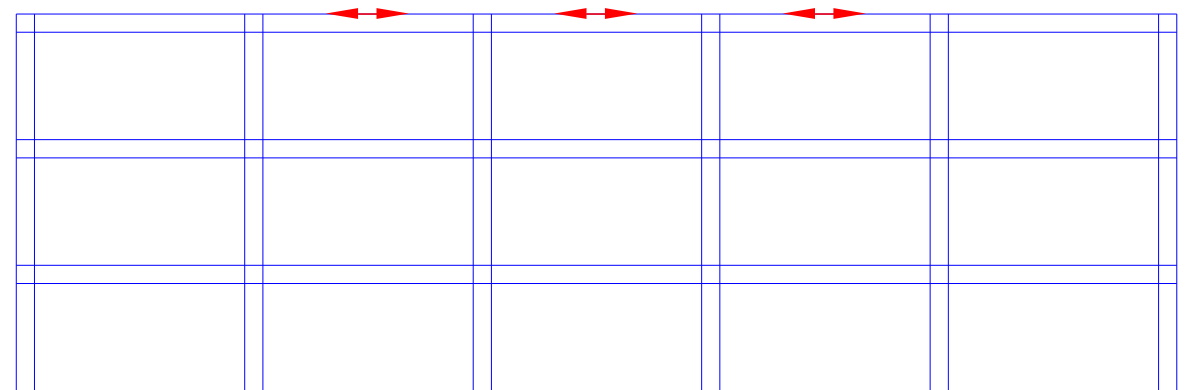


Figura 3.15. Ubicación óptima encontrada para el modelo 4.

3.7 Resultados de la metodología seleccionada para modelos tridimensionales

Se construyó el modelo 5, el cual es un modelo tridimensional de un solo nivel, consta de 8 nodos y 8 elementos, cada nodo en la intersección de elementos, como se muestra en la Figura 3.16.

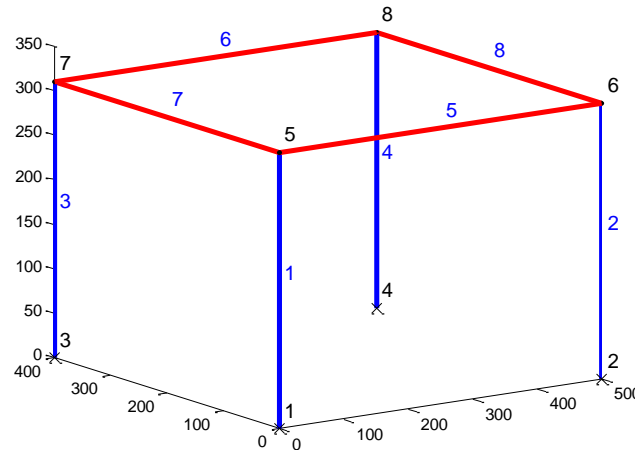


Figura 3.16. Modelo 5 con 8 nodos y 8 elementos

Se determinaron las frecuencias naturales y sus formas modales. Para la aplicación del método se utilizaron únicamente las primeras tres formas modales como los modos objetivos. Los vectores de las formas modales se muestran en la Tabla 3.4.

Tabla 3.4. Matriz de formas modales del modelo 5.

Nodos	Sensor	Formas modales		
		Φ_{1x}	Φ_{1y}	Φ_{1z}
5x	1	-2.49E-01	1.22E-11	-1.60E-01
5y	2	-9.95E-12	-2.49E-01	1.91E-01
5z	3	-4.06E-04	-1.63E-03	9.44E-04
5θx	4	2.93E-14	7.27E-04	-5.29E-04
5θy	5	-1.12E-03	5.48E-14	-6.81E-04
5θz	6	-5.27E-15	3.53E-16	-5.58E-04
6x	7	-2.49E-01	1.22E-11	-1.60E-01
6y	8	-1.48E-11	-2.49E-01	-1.91E-01
6z	9	4.06E-04	-1.63E-03	-9.44E-04
6θx	10	4.27E-14	7.27E-04	5.29E-04
6θy	11	-1.12E-03	5.50E-14	-6.81E-04
6θz	12	-5.22E-15	3.81E-16	-5.58E-04
7x	13	-2.49E-01	1.25E-11	1.60E-01
7y	14	-9.93E-12	-2.49E-01	1.91E-01
7z	15	-4.06E-04	1.63E-03	-9.44E-04
7θx	16	2.93E-14	7.27E-04	-5.29E-04
7θy	17	-1.12E-03	5.62E-14	6.81E-04
7θz	18	-5.26E-15	3.15E-16	-5.58E-04
8x	19	-2.49E-01	1.25E-11	1.60E-01
8y	20	-1.47E-11	-2.49E-01	-1.91E-01
8z	21	4.06E-04	1.63E-03	9.44E-04
8θx	22	4.27E-14	7.27E-04	5.29E-04
8θy	23	-1.12E-03	5.62E-14	6.81E-04
8θz	24	-5.22E-15	3.51E-16	-5.58E-04

Las formas modales mencionadas se muestran en la Figura 3.17.

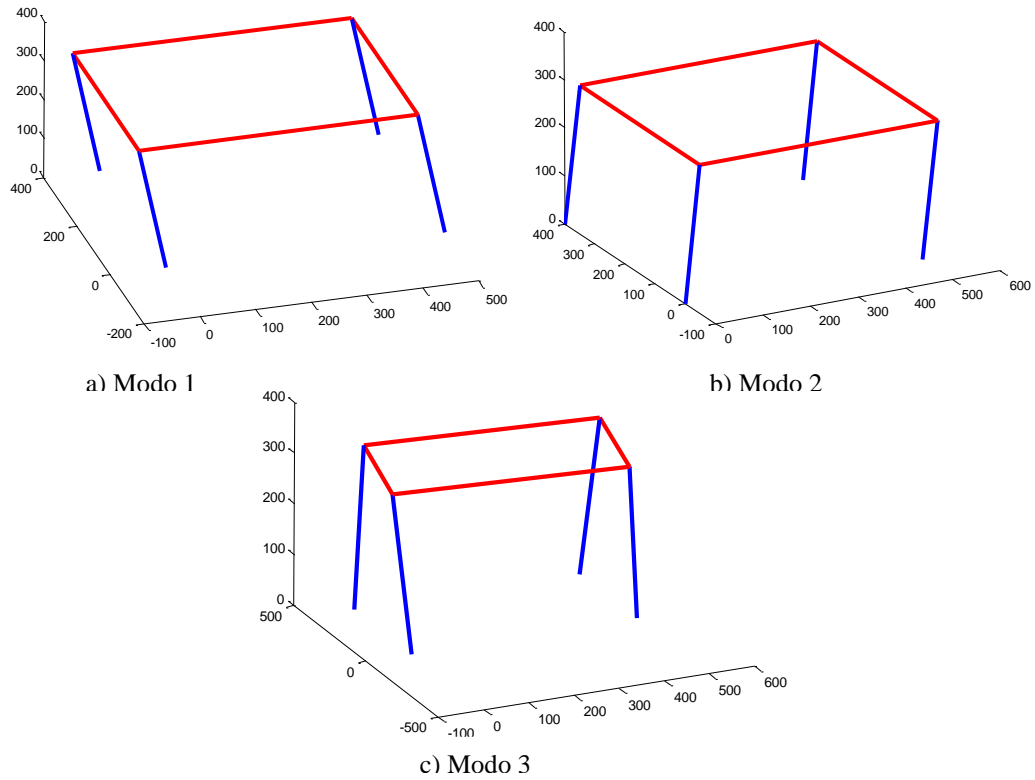


Figura 3.17. Formas modales del modelo 5.

Posteriormente se normalizan las formas modales de acuerdo a la ecuación 3.5, con lo cual se obtiene la matriz Γ , la cual se muestra en la Tabla 3.5.

Tabla 3.5. Matriz Γ del modelo 5.

Nodos	Sensor	Formas modales normalizadas		
		ρ_{i1}	ρ_{i2}	ρ_{i3}
5x	1	2.50E-01	6.00E-22	1.03E-01
5y	2	3.99E-22	2.50E-01	1.47E-01
5z	3	6.65E-07	1.07E-05	3.59E-06
5θx	4	3.46E-27	2.13E-06	1.13E-06
5θy	5	5.06E-06	1.21E-26	1.87E-06
5θz	6	1.12E-28	5.02E-31	1.25E-06
6x	7	2.50E-01	6.00E-22	1.03E-01
6y	8	8.83E-22	2.50E-01	1.47E-01
6z	9	6.65E-07	1.07E-05	3.59E-06
6θx	10	7.35E-27	2.13E-06	1.13E-06
6θy	11	5.06E-06	1.22E-26	1.87E-06
6θz	12	1.10E-28	5.85E-31	1.25E-06
7x	13	2.50E-01	6.30E-22	1.03E-01
7y	14	3.98E-22	2.50E-01	1.47E-01
7z	15	6.65E-07	1.07E-05	3.59E-06
7θx	16	3.46E-27	2.13E-06	1.13E-06
7θy	17	5.06E-06	1.27E-26	1.87E-06
7θz	18	1.12E-28	4.00E-31	1.25E-06
8x	19	2.50E-01	6.30E-22	1.03E-01
8y	20	8.71E-22	2.50E-01	1.47E-01
8z	21	6.65E-07	1.07E-05	3.59E-06
8θx	22	7.35E-27	2.13E-06	1.13E-06
8θy	23	5.06E-06	1.27E-26	1.87E-06
8θz	24	1.10E-28	4.97E-31	1.25E-06
Σ =		1	1	1

Se realizaron las combinaciones de las localizaciones de sensores y se obtiene el índice de importancia (ψ) para cada uno de acuerdo con la ecuación 3.9. En la Tabla 3.6 se presentan las combinaciones obtenidas y su respectivo índice de importancia. Para este modelo nuevamente se utilizan únicamente dos sensores para ilustrar el procedimiento de análisis y poder mostrar los datos obtenidos.

Tabla 3.6. Combinaciones de sensores e índice de importancia del modelo 5.

Comb	Γ	Comb	Γ	Comb	Γ	Comb	Γ	Comb	Γ	Comb	Γ
1,2	0.7500	3,5	0	5,12	0	7,23	0.3531	10,24	0	14,24	0.3969
1,3	0.3531	3,6	0	5,13	0.3531	7,24	0.3531	11,12	0	15,16	0
1,4	0.3531	3,7	0.3531	5,14	0.3969	8,9	0.3969	11,13	0.3531	15,17	0
1,5	0.3531	3,8	0.3969	5,15	0	8,10	0.3969	11,14	0.3969	15,18	0
1,6	0.3531	3,9	0	5,16	0	8,11	0.3969	11,15	0	15,19	0.3531
1,7	0.7062	3,10	0	5,17	0	8,12	0.3969	11,16	0	15,20	0.3969
1,8	0.7500	3,11	0	5,18	0	8,13	0.7500	11,17	0	15,21	0
1,9	0.3531	3,12	0	5,19	0.3531	8,14	0.7938	11,18	0	15,22	0
1,10	0.3531	3,13	0.3531	5,20	0.3969	8,15	0.3969	11,19	0.3531	15,23	0
1,11	0.3531	3,14	0.3969	5,21	0	8,16	0.3969	11,20	0.3969	15,24	0
1,12	0.3531	3,15	0	5,22	0	8,17	0.3969	11,21	0	16,17	0
1,13	0.7062	3,16	0	5,23	0	8,18	0.3969	11,22	0	16,18	0
1,14	0.7500	3,17	0	5,24	0	8,19	0.7500	11,23	0	16,19	0.3531
1,15	0.3531	3,18	0	6,7	0.3531	8,20	0.7938	11,24	0	16,20	0.3969
1,16	0.3531	3,19	0.3531	6,8	0.3969	8,21	0.3969	12,13	0.3531	16,21	0
1,17	0.3531	3,20	0.3969	6,9	0	8,22	0.3969	12,14	0.3969	16,22	0
1,18	0.3531	3,21	0	6,10	0	8,23	0.3969	12,15	0	16,23	0
1,19	0.7062	3,22	0	6,11	0	8,24	0.3969	12,16	0	16,24	0
1,20	0.7500	3,23	0	6,12	0	9,10	0	12,17	0	17,18	0
1,21	0.3531	3,24	0	6,13	0.3531	9,11	0	12,18	0	17,19	0.3531
1,22	0.3531	4,5	0	6,14	0.3969	9,12	0	12,19	0.3531	17,20	0.3969
1,23	0.3531	4,6	0	6,15	0	9,13	0.3531	12,20	0.3969	17,21	0
1,24	0.3531	4,7	0.3531	6,16	0	9,14	0.3969	12,21	0	17,22	0
2,3	0.3969	4,8	0.3969	6,17	0	9,15	0	12,22	0	17,23	0
2,4	0.3969	4,9	0	6,18	0	9,16	0	12,23	0	17,24	0
2,5	0.3969	4,10	0	6,19	0.3531	9,17	0	12,24	0	18,19	0.3531
2,6	0.3969	4,11	0	6,20	0.3969	9,18	0	13,14	0.7500	18,20	0.3969
2,7	0.7500	4,12	0	6,21	0	9,19	0.3531	13,15	0.3531	18,21	0
2,8	0.7938	4,13	0.3531	6,22	0	9,20	0.3969	13,16	0.3531	18,22	0
2,9	0.3969	4,14	0.3969	6,23	0	9,21	0	13,17	0.3531	18,23	0
2,10	0.3969	4,15	0	6,24	0	9,22	0	13,18	0.3531	18,24	0
2,11	0.3969	4,16	0	7,8	0.7500	9,23	0	13,19	0.7062	19,20	0.7500
2,12	0.3969	4,17	0	7,9	0.3531	9,24	0	13,20	0.7500	19,21	0.3531
2,13	0.7500	4,18	0	7,10	0.3531	10,11	0	13,21	0.3531	19,22	0.3531
2,14	0.7938	4,19	0.3531	7,11	0.3531	10,12	0	13,22	0.3531	19,23	0.3531
2,15	0.3969	4,20	0.3969	7,12	0.3531	10,13	0.3531	13,23	0.3531	19,24	0.3531
2,16	0.3969	4,21	0	7,13	0.7062	10,14	0.3969	13,24	0.3531	20,21	0.3969
2,17	0.3969	4,22	0	7,14	0.7500	10,15	0	14,15	0.3969	20,22	0.3969
2,18	0.3969	4,23	0	7,15	0.3531	10,16	0	14,16	0.3969	20,23	0.3969
2,19	0.7500	4,24	0	7,16	0.3531	10,17	0	14,17	0.3969	20,24	0.3969
2,20	0.7938	5,6	0	7,17	0.3531	10,18	0	14,18	0.3969	21,22	0
2,21	0.3969	5,7	0.3531	7,18	0.3531	10,19	0.3531	14,19	0.7500	21,23	0
2,22	0.3969	5,8	0.3969	7,19	0.7062	10,20	0.3969	14,20	0.7938	21,24	0
2,23	0.3969	5,9	0	7,20	0.7500	10,21	0	14,21	0.3969	22,23	0
2,24	0.3969	5,10	0	7,21	0.3531	10,22	0	14,22	0.3969	22,24	0
3,4	0	5,11	0	7,22	0.3531	10,23	0	14,23	0.3969	23,24	0

Se puede observar en la Tabla anterior que las combinaciones con los índices más altos son los que incluyen a los sensores 2, 8, 14 y 20, los cuales corresponden a los nodos 5, 6, 7 y 8, todos ellos en dirección y . En la Tabla 3.5 se observa que la participación de estos sensores en cada modo es exactamente la misma. También que las combinaciones que incluyen a los nodos 5, 6, 7 y 8 cuando miden en las direcciones θ_x , θ_y , θ_z (combinaciones [4,5], [5,10], [23,24], entre muchas otras) son cercanas e incluso cero.

De acuerdo con la Figura 3.17, la primera forma modal corresponde al movimiento traslacional en dirección x , el segundo en dirección y y el tercero al movimiento rotacional. Sin embargo, con el procedimiento utilizado no se selecciona ningún sensor en dirección x , esto se debe a que la participación de los sensores 5, 6, 7 y 8 en dirección x es de 0.25 en el primer modo pero de tan sólo $6.00\text{E-}22$ en el modo dos y de 0.103 en el modo tres.

De lo anterior se puede afirmar que, para mejorar el procedimiento se pueden obviar los sensores cuando miden rotaciones (θ_x , θ_y , θ_z) y que estos podrían ser importantes en casos de modos locales y no para determinar modos globales. Además, en casos en que la Configuración de la estructura es simétrica se pueden suprimir aquellas que tengan la misma participación en todos los modos, es decir los sensores simétricos.

A partir de lo anterior, para esta misma estructura, al despreciar la contribución de los sensores cuando miden rotaciones y al suponer que conocer la contribución del nodo 5 equivale a conocer el de los nodos 6, 7 y 8 por simetría. Los vectores de las formas modales son ahora los que se muestran en la Tabla 3.7.

Tabla 3.7. Matriz de formas modales modificada del modelo 5.

Nodos	Sensor	Formas modales		
		φ_{x1}	φ_{x2}	φ_{x3}
5x	1	-2.49E-01	1.22E-11	-1.60E-01
5y	2	-9.95E-12	-2.49E-01	1.91E-01
5z	3	-4.06E-04	-1.63E-03	9.44E-04

Posteriormente se normalizaron las formas modales de acuerdo con la ecuación 3.8, con lo cual se obtiene la matriz Γ , la cual se muestra en la Tabla 3.8. En la Tabla 3.9 se presentan las combinaciones obtenidas y su respectivo índice de importancia, utilizando 2 sensores.

Tabla 3.8. Matriz Γ modificada del modelo 5.

Nodos	Sensor	Formas modales normalizadas		
		φ_{x1}	φ_{x2}	φ_{x3}
5x	1	1.00E+00	2.40E-21	4.12E-01
5y	2	1.60E-21	1.00E+00	5.88E-01
5z	3	2.66E-06	4.29E-05	1.44E-05

Tabla 3.9. Combinaciones de sensores e índice de importancia modificada del modelo 5.

Comb	Γ
1,2	2.9999
1,3	1.4124
2,3	1.5876

La combinación con mayor índice de importancia es el de los sensores [1,2], con un valor de 2.9999 de 3 posibles, que corresponden al nodo 5 midiendo en dirección x y y , respectivamente. Esto es un mejor resultado, porque como se había explicado anteriormente, se toman en cuenta ya los tres modos.

El modelo 6, es un modelo tridimensional de dos niveles, consta de 18 nodos y 26 elementos, cada nodo en la intersección de elementos, como se muestra en la Figura 3.18. Para la aplicación del método se utilizaron únicamente las primeras tres formas modales como los modo objetivo. Los vectores de las formas modales se muestran en la Tabla 3.10.

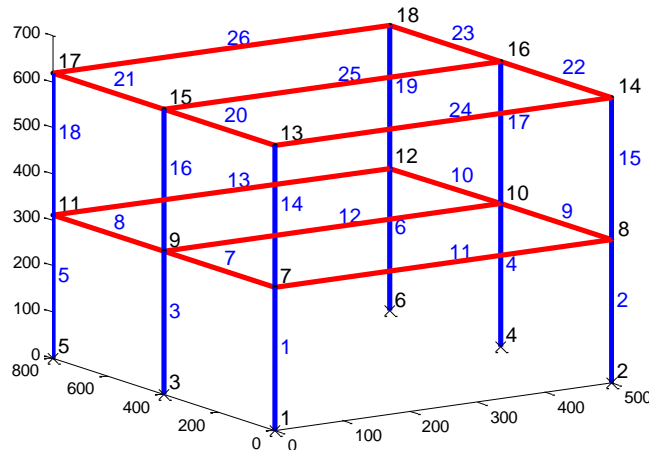


Figura 3.18. Modelo 6 con 18 nodos y 26 elementos

Tabla 3.10. Matriz de formas modales del modelo 6.

Nodos	Sensor	Formas modales			Nodos	Sensor	Formas modales		
		ϕ_{x1}	ϕ_{x2}	ϕ_{x3}			ϕ_{x1}	ϕ_{x2}	ϕ_{x3}
7x	1	5.93E-02	-4.46E-11	7.62E-02	13x	37	1.71E-01	-1.24E-10	2.11E-01
7y	2	2.15E-05	7.92E-02	-3.25E-02	13y	38	4.46E-05	1.72E-01	-6.87E-02
7z	3	2.41E-04	9.26E-04	-6.86E-05	13z	39	3.70E-04	1.29E-03	-5.56E-05
70x	4	-6.62E-08	-2.81E-04	1.10E-04	130x	40	-7.35E-09	-1.94E-04	7.16E-05
70y	5	3.13E-04	-2.27E-13	3.87E-04	130y	41	3.58E-04	-2.44E-13	4.17E-04
70z	6	-5.43E-06	-8.64E-14	1.41E-04	130z	42	-1.15E-05	-1.73E-13	2.79E-04
8x	7	5.93E-02	-4.46E-11	7.62E-02	14x	43	1.71E-01	-1.24E-10	2.11E-01
8y	8	-2.15E-05	7.92E-02	3.25E-02	14y	44	-4.46E-05	1.72E-01	6.87E-02
8z	9	-2.41E-04	9.26E-04	6.86E-05	14z	45	-3.70E-04	1.29E-03	5.56E-05
80x	10	6.62E-08	-2.81E-04	-1.10E-04	140x	46	7.35E-09	-1.94E-04	-7.16E-05
80y	11	3.13E-04	-2.27E-13	3.87E-04	140y	47	3.58E-04	-2.44E-13	4.17E-04
80z	12	-5.43E-06	-8.66E-14	1.41E-04	140z	48	-1.15E-05	-1.73E-13	2.79E-04
9x	13	6.72E-02	9.51E-12	-7.53E-12	15x	49	1.92E-01	2.62E-11	-2.07E-11
9y	14	-3.77E-12	7.94E-02	-3.26E-02	15y	50	-1.05E-11	1.71E-01	-6.87E-02
9z	15	2.68E-04	-5.56E-04	5.07E-15	15z	51	4.11E-04	-1.58E-13	4.49E-14
90x	16	1.33E-14	-2.22E-04	8.71E-05	150x	52	1.03E-14	-1.34E-04	5.06E-05
90y	17	3.52E-04	4.74E-14	-3.73E-14	150y	53	3.97E-04	4.96E-14	-3.83E-14
90z	18	3.76E-15	-8.63E-14	1.59E-04	150z	54	8.20E-15	-1.79E-13	3.27E-04
10x	19	6.72E-02	9.53E-12	-7.57E-12	16x	55	1.92E-01	2.65E-11	-2.08E-11
10y	20	-3.04E-13	7.94E-02	3.26E-02	16y	56	-8.72E-13	1.71E-01	6.87E-02
10z	21	-2.68E-04	-1.91E-14	1.95E-14	16z	57	-4.11E-04	-1.57E-14	4.32E-15
100x	22	1.20E-15	-2.22E-04	-8.71E-05	160x	58	8.30E-16	-1.34E-04	-5.06E-05
100y	23	3.52E-04	4.78E-14	-3.75E-14	160y	59	3.97E-04	5.04E-14	-3.86E-14
100z	24	3.60E-15	-8.62E-14	1.59E-04	160z	60	8.22E-15	-1.79E-13	3.27E-04
11x	25	5.93E-02	3.70E-11	-7.62E-02	17x	61	1.71E-01	1.05E-10	-2.11E-01
11y	26	-2.15E-05	7.92E-02	-3.25E-02	17y	62	-4.46E-05	1.72E-01	-6.87E-02
11z	27	2.41E-04	-9.26E-04	6.86E-05	17z	63	3.70E-04	-1.29E-03	5.56E-05
110x	28	6.62E-08	-2.81E-04	1.10E-04	170x	64	7.35E-09	-1.94E-04	7.16E-05
110y	29	3.13E-04	1.91E-13	-3.87E-04	170y	65	3.58E-04	2.11E-13	-4.17E-04
110z	30	5.43E-06	-6.83E-14	1.41E-04	170z	66	1.15E-05	-1.35E-13	2.79E-04
12x	31	5.93E-02	3.70E-11	-7.62E-02	18x	67	1.71E-01	1.05E-10	-2.11E-01
12y	32	2.15E-05	7.92E-02	3.25E-02	18y	68	4.46E-05	1.72E-01	6.87E-02
12z	33	-2.41E-04	-9.26E-04	-6.86E-05	18z	69	-3.70E-04	-1.29E-03	-5.56E-05
120x	34	-6.62E-08	-2.81E-04	-1.10E-04	180x	70	-7.35E-09	-1.94E-04	-7.16E-05
120y	35	3.13E-04	1.91E-13	-3.87E-04	180y	71	3.58E-04	2.11E-13	-4.17E-04
120z	36	5.43E-06	-6.82E-14	1.41E-04	180z	72	1.15E-05	-1.34E-13	2.79E-04

Las formas modales mencionadas se muestran en la Figura 3.19.

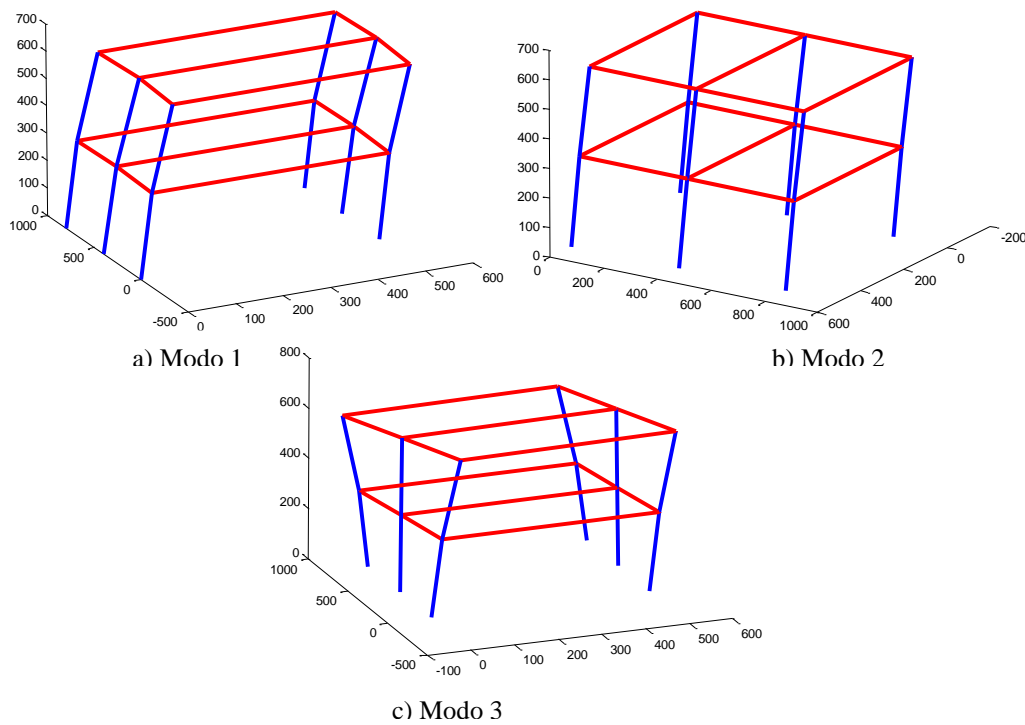


Figura 3.19. Formas modales del modelo 6.

En la Tabla 3.10 se observa que, debido a la simetría de la estructura, la contribución a los vectores que definen las formas modales de los nodos 7, 8, 11 y 12 es exactamente la misma, así como la contribución de los nodos 13, 14, 17 y 18, son iguales, la contribución de los nodos 9 y 10, y la de los nodos 15 y 16. Por lo que se pueden definir las formas modales con tan solo la contribución de 4 nodos.

Además de que, si consideramos despreciables las contribuciones de cada nodo en rotación, se puede definir las formas modales con un total de 12 posibles posiciones de los sensores, como se muestra en la Tabla 3.11.

Tabla 3.11. Matriz de formas modales modificada del modelo 6.

Nodos	Sensor	Formas modales		
		\vec{P}_{1E}	\vec{P}_{2E}	\vec{P}_{3E}
8x	1	5.93E-02	-4.46E-11	7.62E-02
8y	2	-2.15E-05	7.92E-02	3.25E-02
8z	3	-2.41E-04	9.26E-04	6.86E-05
10x	4	6.72E-02	9.53E-12	-7.57E-12
10y	5	-3.04E-13	7.94E-02	3.26E-02
10z	6	-2.68E-04	-1.91E-14	1.95E-14
14x	7	1.71E-01	-1.24E-10	2.11E-01
14y	8	-4.46E-05	1.72E-01	6.87E-02
14z	9	-3.70E-04	1.29E-03	5.56E-05
16x	10	1.92E-01	2.65E-11	-2.08E-11
16y	11	-8.72E-13	1.71E-01	6.87E-02
16z	12	-4.11E-04	-1.57E-14	4.32E-15

Con las formas modales normalizadas de acuerdo a la ecuación 3.8 se obtiene la matriz Γ , la cual se muestra en la Tabla 3.12.

Tabla 3.12. Matriz Γ del modelo 6.

Nodos	Sensor	Formas modales normalizadas		
		Φ_{x1}	Φ_{x2}	Φ_{x3}
8x	1	4.74E-02	2.79E-20	9.38E-02
8y	2	6.24E-09	8.78E-02	1.71E-02
8z	3	7.83E-07	1.20E-05	7.60E-08
10x	4	6.09E-02	1.27E-21	9.26E-22
10y	5	1.25E-24	8.83E-02	1.72E-02
10z	6	9.69E-07	5.11E-27	6.14E-27
14x	7	3.94E-01	2.15E-19	7.19E-01
14y	8	2.68E-08	4.14E-01	7.63E-02
14z	9	1.85E-06	2.33E-05	5.00E-08
16x	10	4.97E-01	9.83E-21	6.99E-21
16y	11	1.03E-23	4.10E-01	7.63E-02
16z	12	2.28E-06	3.45E-27	3.02E-28

Tabla 3.13. Combinaciones de sensores e índice de importancia del modelo 6.

Comb	Γ	Comb	Γ	Comb	Γ	Comb	Γ	Comb	Γ
1,2,3	0.2462	1,7,12	1.2551	2,7,11	1.7045	3,9,12	0.0000	5,8,10	1.0933
1,2,4	0.3071	1,8,9	0.6319	2,7,12	1.2187	3,10,11	0.9830	5,8,11	1.0818
1,2,5	0.3516	1,8,10	1.1291	2,8,9	0.5955	3,10,12	0.4973	5,8,12	0.5960
1,2,6	0.2462	1,8,11	1.1176	2,8,10	1.0927	3,11,12	0.4858	5,9,10	0.6027
1,2,7	1.3600	1,8,12	0.6318	2,8,11	1.0813	4,5,6	0.1664	5,9,11	0.5913
1,2,8	0.7368	1,9,10	0.6385	2,8,12	0.5955	4,5,7	1.2802	5,9,12	0.1055
1,2,9	0.2462	1,9,11	0.6271	2,9,10	0.6022	4,5,8	0.6570	5,10,11	1.0885
1,2,10	0.7434	1,9,12	0.1413	2,9,11	0.5907	4,5,9	0.1664	5,10,12	0.6027
1,2,11	0.7319	1,10,11	1.1243	2,9,12	0.1049	4,5,10	0.6636	5,11,12	0.5912
1,2,12	0.2462	1,10,12	0.6385	2,10,11	1.0879	4,5,11	0.6522	6,7,8	1.6044
1,3,4	0.2022	1,11,12	0.6270	2,10,12	0.6022	4,5,12	0.1664	6,7,9	1.1138
1,3,5	0.2467	2,3,4	0.1658	2,11,12	0.5907	4,6,7	1.1747	6,7,10	1.6111
1,3,6	0.1413	2,3,5	0.2104	3,4,5	0.1664	4,6,8	0.5515	6,7,11	1.5996
1,3,7	1.2551	2,3,6	0.1049	3,4,6	0.0609	4,6,9	0.0609	6,7,12	1.1138
1,3,8	0.6318	2,3,7	1.2187	3,4,7	1.1747	4,6,10	0.5581	6,8,9	0.4906
1,3,9	0.1413	2,3,8	0.5955	3,4,8	0.5515	4,6,11	0.5467	6,8,10	0.9878
1,3,10	0.6385	2,3,9	0.1050	3,4,9	0.0609	4,6,12	0.0609	6,8,11	0.9764
1,3,11	0.6270	2,3,10	0.6022	3,4,10	0.5582	4,7,8	1.6653	6,8,12	0.4906
1,3,12	0.1413	2,3,11	0.5907	3,4,11	0.5467	4,7,9	1.1748	6,9,10	0.4973
1,4,5	0.3076	2,3,12	0.1049	3,4,12	0.0609	4,7,10	1.6720	6,9,11	0.4858
1,4,6	0.2022	2,4,5	0.2713	3,5,6	0.1055	4,7,11	1.6605	6,9,12	0.0000
1,4,7	1.3160	2,4,6	0.1658	3,5,7	1.2193	4,7,12	1.1747	6,10,11	0.9830
1,4,8	0.6927	2,4,7	1.2796	3,5,8	0.5961	4,8,9	0.5515	6,10,12	0.4972
1,4,9	0.2022	2,4,8	0.6564	3,5,9	0.1055	4,8,10	1.0487	6,11,12	0.4858
1,4,10	0.6994	2,4,9	0.1659	3,5,10	0.6027	4,8,11	1.0373	7,8,9	1.6044
1,4,11	0.6879	2,4,10	0.6631	3,5,11	0.5913	4,8,12	0.5515	7,8,10	2.1016
1,4,12	0.2022	2,4,11	0.6516	3,5,12	0.1055	4,9,10	0.5582	7,8,11	2.0902
1,5,6	0.2467	2,4,12	0.1658	3,6,7	1.1138	4,9,11	0.5467	7,8,12	1.6044
1,5,7	1.3605	2,5,6	0.2104	3,6,8	0.4906	4,9,12	0.0609	7,9,10	1.6111
1,5,8	0.7373	2,5,7	1.3242	3,6,9	0.0000	4,10,11	1.0439	7,9,11	1.5996
1,5,9	0.2467	2,5,8	0.7010	3,6,10	0.4973	4,10,12	0.5582	7,9,12	1.1138
1,5,10	0.7440	2,5,9	0.2104	3,6,11	0.4858	4,11,12	0.5467	7,10,11	2.0968
1,5,11	0.7325	2,5,10	0.7076	3,6,12	0.0000	5,6,7	1.2193	7,10,12	1.6111
1,5,12	0.2467	2,5,11	0.6962	3,7,8	1.6044	5,6,8	0.5960	7,11,12	1.5996
1,6,7	1.2551	2,5,12	0.2104	3,7,9	1.1139	5,6,9	0.1055	8,9,10	0.9878
1,6,8	0.6318	2,6,7	1.2187	3,7,10	1.6111	5,6,10	0.6027	8,9,11	0.9764
1,6,9	0.1413	2,6,8	0.5955	3,7,11	1.5996	5,6,11	0.5912	8,9,12	0.4906
1,6,10	0.6385	2,6,9	0.1049	3,7,12	1.1138	5,6,12	0.1055	8,10,11	1.4736
1,6,11	0.6270	2,6,10	0.6022	3,8,9	0.4906	5,7,8	1.7099	8,10,12	0.9878
1,6,12	0.1413	2,6,11	0.5907	3,8,10	0.9878	5,7,9	1.2193	8,11,12	0.9764
1,7,8	1.7457	2,6,12	0.1049	3,8,11	0.9764	5,7,10	1.7165	9,10,11	0.9830
1,7,9	1.2551	2,7,8	1.7093	3,8,12	0.4906	5,7,11	1.7051	9,10,12	0.4973
1,7,10	1.7523	2,7,9	1.2188	3,9,10	0.4973	5,7,12	1.2193	9,11,12	0.4858
1,7,11	1.7409	2,7,10	1.7160	3,9,11	0.4858	5,8,9	0.5961	10,11,12	0.9830

En la Tabla 3.13 se presentan las combinaciones con tres posibles sensores y su respectivo índice de importancia. La combinación con mayor índice de importancia es el de los sensores [7, 8, 10], con un valor de 2.1016 de 3 posibles, que corresponden al nodo 14 midiendo en dirección x y y ; y al nodo 16 midiendo en dirección x , como se puede notar todos en la planta de azotea.

El modelo 7, es un modelo tridimensional irregular en elevación, consta de 16 nodos y 21 elementos, cada nodo en la intersección de elementos, como se muestra en la Figura 3.20. Para la aplicación del método se utilizaron únicamente las primeras tres formas modales como los modos objetivos. Los vectores de las formas modales se muestran en la Tabla 3.14.

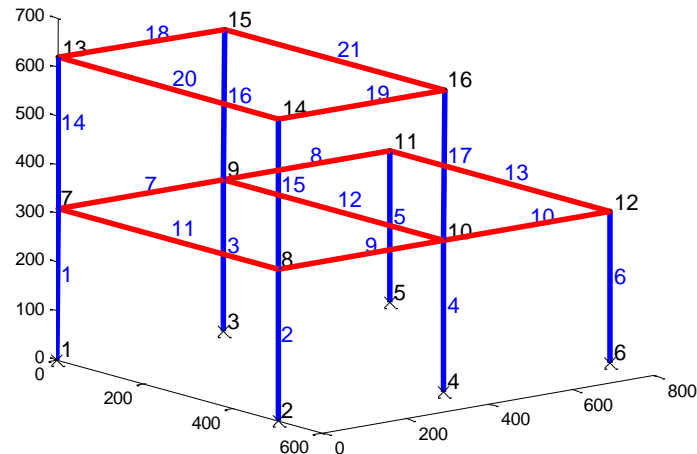


Figura 3.20. Modelo 6 con 16 nodos y 21 elementos

Tabla 3.14. Matriz de formas modales del modelo 6.

Nodos	Sensor	Formas modales			Nodos	Sensor	Formas modales		
		P_{x1}	P_{x2}	P_{x3}			P_{x1}	P_{x2}	P_{x3}
7x	1	-8.67E-02	7.87E-13	-8.20E-02	12x	31	-1.92E-02	4.39E-12	3.87E-02
7y	2	1.83E-03	8.39E-02	2.81E-02	12y	32	-1.86E-03	7.97E-02	-2.60E-02
7z	3	-2.91E-04	1.58E-03	2.70E-04	12z	33	4.92E-05	-6.74E-04	1.54E-04
7θx	4	-6.93E-06	-3.83E-04	-1.27E-04	12θx	34	6.22E-06	-2.77E-04	8.67E-05
7θy	5	-4.31E-04	4.72E-15	-3.71E-04	12θy	35	-9.58E-05	1.95E-14	1.75E-04
7θz	6	-8.95E-06	-1.97E-14	-1.93E-04	12θz	36	-2.98E-05	-8.08E-15	-3.05E-05
8x	7	-8.67E-02	6.17E-13	-8.20E-02	13x	37	-2.37E-01	2.27E-12	-2.06E-01
8y	8	-1.83E-03	8.39E-02	-2.81E-02	13y	38	3.92E-03	2.22E-01	7.45E-02
8z	9	2.91E-04	1.58E-03	-2.70E-04	13z	39	-4.42E-04	2.38E-03	4.13E-04
8θx	10	6.93E-06	-3.83E-04	1.27E-04	13θx	40	-4.65E-06	-3.45E-04	-1.13E-04
8θy	11	-4.31E-04	4.37E-15	-3.71E-04	13θy	41	-4.51E-04	5.28E-15	-3.35E-04
8θz	12	-8.95E-06	-1.97E-14	-1.93E-04	13θz	42	-1.81E-05	-3.99E-14	-4.00E-04
9x	13	-7.86E-02	8.45E-12	8.43E-02	14x	43	-2.37E-01	2.24E-12	-2.06E-01
9y	14	1.86E-03	8.26E-02	2.73E-02	14y	44	-3.92E-03	2.22E-01	-7.45E-02
9z	15	-3.05E-04	-9.06E-04	-4.11E-05	14z	45	4.42E-04	2.38E-03	-4.13E-04
9θx	16	-5.73E-06	-3.21E-04	-1.07E-04	14θx	46	4.65E-06	-3.45E-04	1.13E-04
9θy	17	-3.91E-04	3.54E-14	3.80E-04	14θy	47	-4.51E-04	6.13E-15	-3.35E-04
9θz	18	-2.82E-05	-1.60E-14	-1.55E-04	14θz	48	-1.81E-05	-3.97E-14	-4.00E-04
10x	19	-7.86E-02	8.44E-12	8.43E-02	15x	49	-2.20E-01	1.91E-11	2.15E-01
10y	20	-1.86E-03	8.26E-02	-2.73E-02	15y	50	3.92E-03	2.21E-01	7.43E-02
10z	21	3.05E-04	-9.06E-04	4.11E-05	15z	51	-4.71E-04	-1.70E-03	-1.75E-04
10θx	22	5.73E-06	-3.21E-04	1.07E-04	15θx	52	-5.05E-06	-3.77E-04	-1.24E-04
10θy	23	-3.91E-04	3.51E-14	3.80E-04	15θy	53	-4.32E-04	2.87E-14	3.58E-04
10θz	24	-2.82E-05	-1.60E-14	-1.55E-04	15θz	54	-2.41E-05	-3.87E-14	-3.88E-04
11x	25	-1.92E-02	4.27E-12	3.87E-02	16x	55	-2.20E-01	1.89E-11	2.15E-01
11y	26	1.86E-03	7.97E-02	2.60E-02	16y	56	-3.92E-03	2.21E-01	-7.43E-02
11z	27	-4.92E-05	-6.74E-04	-1.54E-04	16z	57	4.71E-04	-1.70E-03	1.75E-04
11θx	28	-6.22E-06	-2.77E-04	-8.67E-05	16θx	58	5.05E-06	-3.77E-04	1.24E-04
11θy	29	-9.58E-05	1.90E-14	1.75E-04	16θy	59	-4.32E-04	2.82E-14	3.58E-04
11θz	30	-2.98E-05	-8.17E-15	-3.05E-05	16θz	60	-2.41E-05	-3.87E-14	-3.88E-04

Las formas modales se muestran en la Figura 3.21.

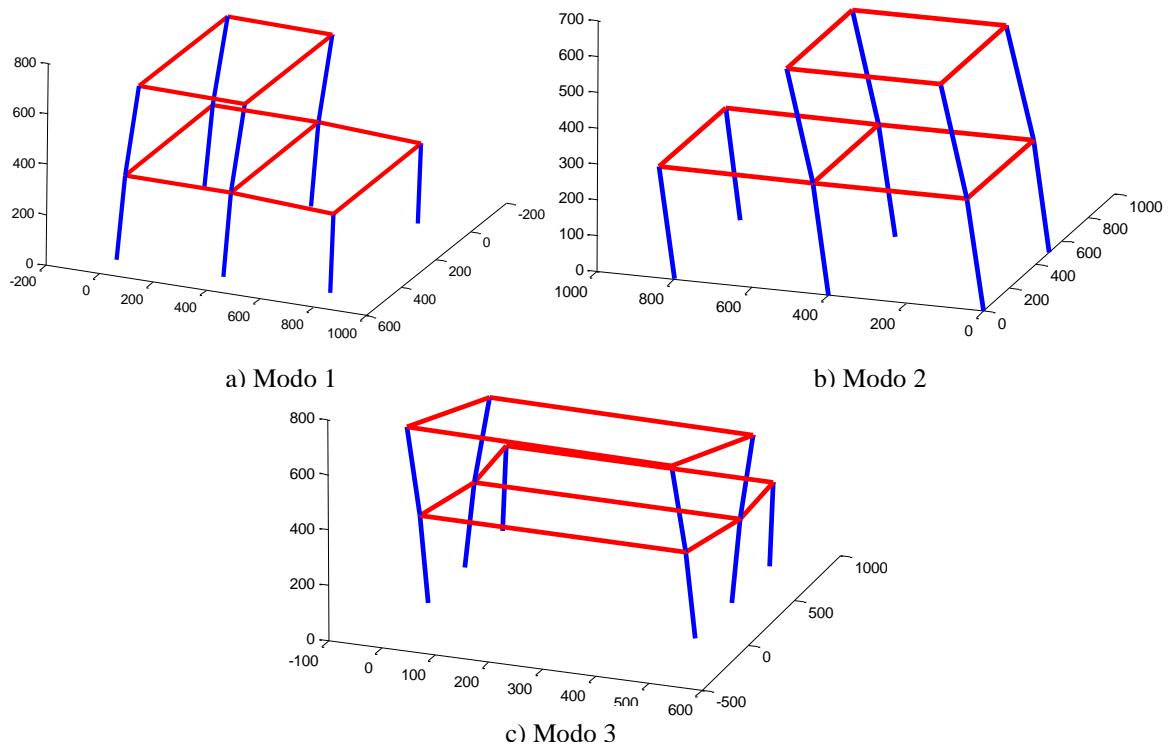


Figura 3.21. Formas modales del modelo 5.

En la Tabla 3.14 se observa que, debido a la simetría de la estructura, la contribución a los vectores que definen las formas modales de los pares de nodos 7 y 8, 9 y 10, 11 y 12, 13 y 14, 15 y 16, es la misma, por lo que se pueden definir las formas modales con la contribución de los nodos 7, 9, 11, 13 y 15. Si consideramos despreciables las contribuciones de cada nodo en rotación, se puede definir las formas modales como se muestra en la Tabla 3.15.

Tabla 3.15. Matriz de formas modales modificada del modelo 7.

Nodos	Sensor	Formas modales		
		\bar{P}_{x1}	\bar{P}_{x2}	\bar{P}_{x3}
7x	1	-8.67E-02	7.87E-13	-8.20E-02
7y	2	1.83E-03	8.39E-02	2.81E-02
7z	3	-2.91E-04	1.58E-03	2.70E-04
9x	4	-7.86E-02	8.45E-12	8.43E-02
9y	5	1.86E-03	8.26E-02	2.73E-02
9z	6	-3.05E-04	-9.06E-04	-4.11E-05
11x	7	-1.92E-02	4.27E-12	3.87E-02
11y	8	1.86E-03	7.97E-02	2.60E-02
11z	9	-4.92E-05	-6.74E-04	-1.54E-04
13x	10	-2.37E-01	2.27E-12	-2.06E-01
13y	11	3.92E-03	2.22E-01	7.45E-02
13z	12	-4.42E-04	2.38E-03	4.13E-04
15x	13	-2.20E-01	1.91E-11	2.15E-01
15y	14	3.92E-03	2.21E-01	7.43E-02
15z	15	-4.71E-04	-1.70E-03	-1.75E-04

Posteriormente se normalizan las formas modales de acuerdo a la ecuación 3.5, con lo cual se obtiene la matriz Γ , la cual se muestra en la Tabla 3.16.

Tabla 3.16. Matriz Γ del modelo 7.

Nodos	Sensor	Formas modales normalizadas		
		Φ_{x1}	Φ_{x2}	Φ_{x3}
7x	1	5.34E-01	3.06E-23	3.83E-01
7y	2	2.38E-04	3.48E-01	4.50E-02
7z	3	6.02E-06	1.23E-04	4.16E-06
9x	4	3.41E-09	7.26E-06	9.20E-07
9y	5	1.32E-05	1.10E-27	7.85E-06
9z	6	5.69E-09	1.92E-26	2.12E-06
11x	7	4.39E-01	3.53E-21	4.05E-01
11y	8	2.46E-04	3.37E-01	4.25E-02
11z	9	6.61E-06	4.06E-05	9.63E-08
13x	10	2.33E-09	5.10E-06	6.53E-07
13y	11	1.09E-05	6.20E-26	8.23E-06
13z	12	5.65E-08	1.27E-26	1.37E-06
15x	13	2.62E-02	9.02E-22	8.54E-02
15y	14	2.46E-04	3.14E-01	3.85E-02
15z	15	1.72E-07	2.25E-05	1.35E-06

La combinación con mayor índice de importancia es el de los sensores [10, 11, 13], con un valor de 2.1011 de 3 posibles, que corresponden al nodo 13 midiendo en dirección x y y ; y al nodo 15 midiendo en dirección x , todos en la planta de azotea.

El modelo 8 representa a la estructura en estudio, se muestra en la Figura 3.22, consta de 72 nodos y 135 elementos, cada nodo en la intersección de los elementos. Para cada nodo existen 6 posibles ubicaciones para el sensor cada una asociada a un grado de libertad. Para la selección de la ubicación óptima se eliminaron las posiciones asociados a los grados de libertad a giro. Se consideraron las primeras 9 formas modales como modos objetivos.

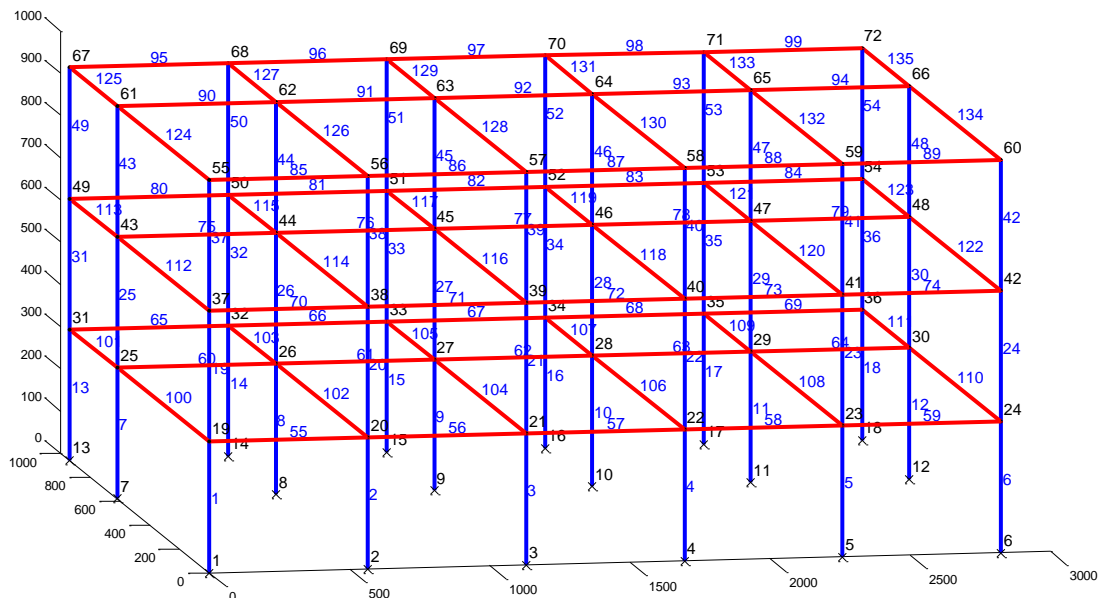


Figura 3.22. Modelo 8 con 72 nodos y 135 elementos

La combinación de los sensores con mayor índice de importancia es el mostrado esquemáticamente en la Figura 3.23, con un valor de 4.204 de 9 posibles. Siendo los nodos 61 midiendo en dirección transversal y el 55 en dirección longitudinal, el par de sensores con mayor índice de importancia 1.273.

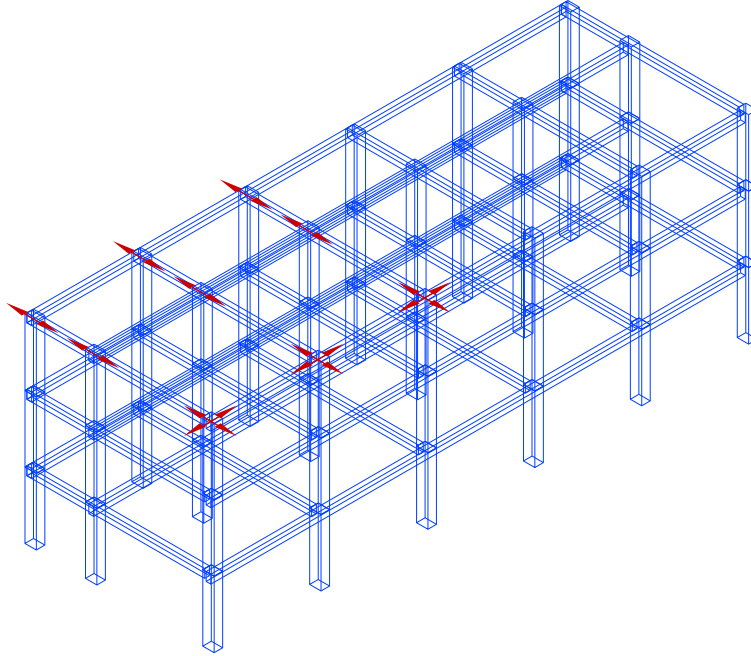


Figura 3.23. Ubicación óptima encontrada para el modelo 8.

El modelo 9, que se muestra en la Figura 3.24 y 3.25, consta de 207 nodos y 270 elementos, a diferencia del modelo 8 se utilizó nodos adicionales en los puntos medios de los elementos. Para cada nodo existen 6 posibles ubicaciones para el sensor cada una asociada a un grado de libertad. Como en el caso anterior se eliminaron los grados de libertad asociados al giro. Se consideraron las primeras 9 formas modales como modos objetivos.

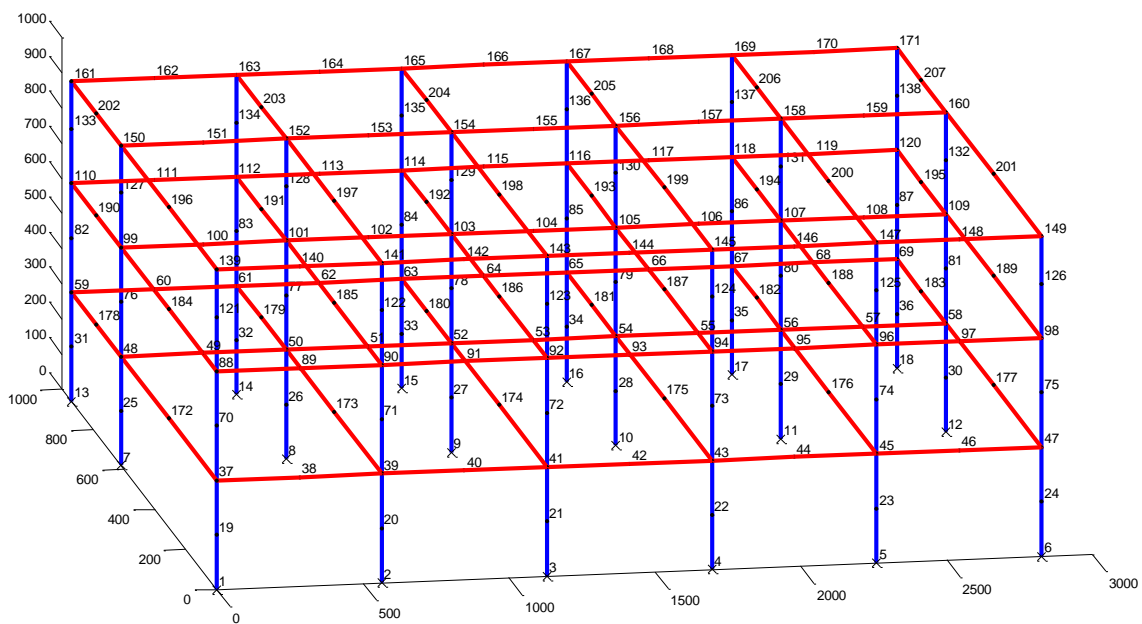


Figura 3.24. Modelo 9 con 207 nodos

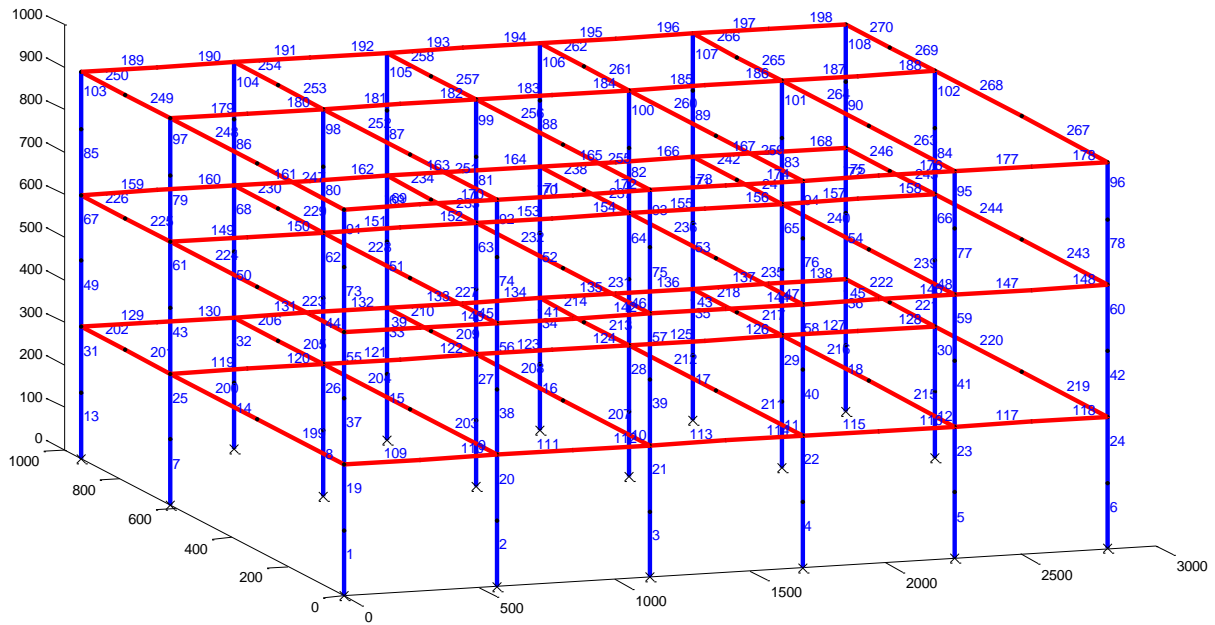


Figura 3.25. Modelo 9 con 270 elementos.

La combinación de los sensores con mayor índice de importancia es el mostrado esquemáticamente en la Figura 3.23, con un valor de 3.518 de 9 posibles.

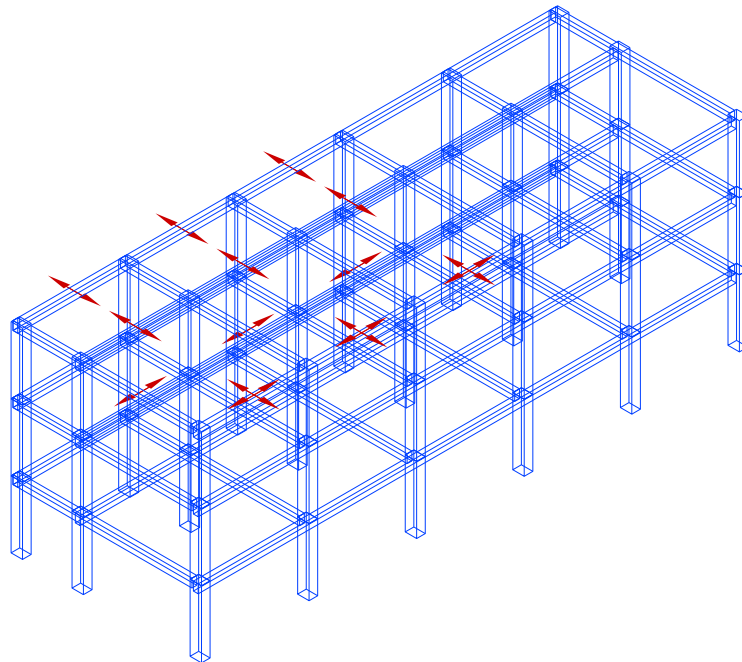


Figura 3.26. Ubicación óptima encontrada para el modelo 9.

3.8 Resultados

Se encontró que la mejor combinación para la ubicación de los sensores, en el edificio p4 de la Universidad Autónoma Metropolitana Unidad Azcapotzalco, es el obtenido en el modelo 8, dado que el índice de importancia obtenido en este modelo (4.204 de 9 posibles) es mayor al calculado para el modelo 9 (3.518 de 9 posibles).

En los modelos de marcos planos, modelos 1 a 4, se observó que es posible obtener un índice completo con sensores que registren los desplazamientos horizontales en todos los nodos posibles e incluso en uno de cada par de nodos simétricos. Esto debido a que la metodología determina la contribución de cada sensor a partir de las formas modales de la estructura.

Tanto en los modelos de marcos planos (modelos 1 a 4) como en los modelos tridimensionales (modelos 5 a 7), se observó que se debe obviar la contribución de los sensores cuando miden rotaciones e incluso cuando miden en dirección vertical de la estructura, cuando la finalidad de la instrumentación es determinar los parámetros dinámicos de la estructura, ya que dicha contribución pueden ser importantes cuando se analizan modos locales y no globales.

En el capítulo siguiente, se describen los procedimientos de análisis, con los cuales serán obtenidas tanto los periodos de vibración, a través de un análisis espectral, así como las formas modales, mediante el Algoritmo de Realización de Sistemas característicos.

Capítulo 4

Procedimientos de análisis

El proceso de determinación de las propiedades dinámicas puede dividirse en dos etapas. La primera de ellas es grabar los acelerogramas capturados por los sensores en la unidad central. La calidad de la información recabada depende de la ubicación correcta de los sensores dentro de la estructura, la sensibilidad y precisión de los instrumentos.

La segunda es el procesamiento de datos y que comprende eliminar los registros que no son de interés mediante un filtro, corregir el acelerograma de modo que el eje de amplitudes sea cero para cada registro y finalmente aplicar una técnica para determinar las características del sistema estructural a partir de un análisis en los dominios del tiempo o de la frecuencia.

4.1 Transformada rápida de Fourier

Un primer método para determinar dichas características es realizar un análisis espectral convencional. Al aplicar la transformada rápida de Fourier se puede obtener la información en el dominio de las frecuencias de las historias de aceleración obtenidas. La siguiente formulación ha sido tomada de Bendat y Piersol (1989).

La Transforma de Fourier del dominio del tiempo al dominio de la frecuencia puede definirse con la siguiente ecuación:

$$\ddot{X}(f) = \int_0^T \ddot{x}(t) e^{2\pi i f \cdot t} dt \quad (4.1)$$

La cual se puede escribir como:

$$\ddot{X}(f) = \int_0^T \ddot{x}(t) \cos(2\pi f \cdot t) dt - i \int_0^T \ddot{x}(t) \sin(2\pi f \cdot t) dt \quad (4.2)$$

Las amplitudes de Fourier $\ddot{X}(f)$ se componen de una parte real $\ddot{X}_R(f)$ y de una imaginaria $\ddot{X}_I(f)$.

$$|\ddot{X}(f)| = \sqrt{\ddot{X}_R(f)^2 + \ddot{X}_I(f)^2} \quad (4.3)$$

Los espectro de potencia de las señales se calculan de la siguiente forma:

$$S_{xx}(f) = \ddot{X}^*(f) \cdot \ddot{X}(f) \quad (4.4)$$

Las frecuencias naturales del sistema se muestran en los picos del espectro de potencia.

4.2 Realización de sistemas lineales

Una manera de identificar las propiedades y condiciones de las estructuras es mediante la construcción de representaciones estado-espacio de sistemas lineales dinámicos en el dominio del tiempo. Juang y Pappa (1985) propusieron el algoritmo de realización de sistemas característicos para la identificación de los parámetros modales y reducción de modelos lineales.

En orden de entender el algoritmo de realización de sistemas característicos, ERA (Eigensystem Realization Algorithm, por sus siglas en inglés), en este capítulo se presentan conceptos sobre teoría de sistemas lineales de tiempo invariante (LTI). Un sistema o modelo se dice que es invariante en el tiempo si su respuesta a cualquier señal de entrada arbitraria no depende del tiempo absoluto.

De acuerdo con De Schutter (2000), si se considera un sistema de tiempo invariante y $S(u)$ la salida del sistema si se aplica una señal de entrada u al sistema, se dice entonces que el sistema es lineal si para cada señal de entrada u_1, u_2 y para todos los $c_1, c_2 \in \mathbb{R}$ se tiene $S(c_1 u_1 + c_2 u_2) = c_1 S u_1 + c_2 S u_2$. Si se conocen las entradas y salidas del sistema en cada instante de tiempo, entonces se puede utilizar un modelo de tiempo continuo. De otro modo, en los sistemas en que sólo se conocen las señales del sistema en determinados instantes de tiempo discreto, se utilizan los modelos de tiempo discreto.

El comportamiento de un tiempo continuo sistema LTI con m entradas y l salidas puede ser descrito por un modelo de la forma

$$\frac{dx(t)}{dt} = Ax(t) + Bu(t) \quad (4.5)$$

$$y(t) = Cx(t) + Du(t) \quad (4.6)$$

Con $A \in \mathbb{R}^{n \times n}, B \in \mathbb{R}^{n \times m}, C \in \mathbb{R}^{l \times n}$ y $D \in \mathbb{R}^{l \times m}$, donde u es la entrada del sistema, y la salida y y el estado. Del mismo modo, un sistema LTI en tiempo discreto puede ser descrito por un modelo de la forma

$$x(k+1) = Ax(k) + Bu(k) \quad (4.7)$$

$$y(k) = Cx(k) + Du(k) \quad (4.8)$$

Los modelos (4.5 al 4.8) se llaman modelos de estado-espacio. El número de componentes del vector de estado x se denomina orden del modelo. Un modelo estado-espacio es representado por las matrices del sistema (A, B, C, D) .

Los parámetros de Markov G_k de un sistema LTI se definen por

$$G_0 = D \quad G_k = CA^{k-1}B \quad \text{para } k = 1, 2 \quad (4.9)$$

Entonces (A, B, C, D) es una realización de la secuencia $\{G_k\}_{k=0}^{\infty}$ si se cumple la ecuación (4.9). La realización es mínima si el orden del modelo es mínimo. El orden de modelo de una realización mínima se llama orden mínimo del sistema o, a veces también el grado McMillan del sistema.

Si se considera un sistema LTI de tiempo discreto y que $x(0)=0$, y se aplica un impulso unitario $e(\cdot)$ definido por

$$e(k) = \begin{cases} 1, & \text{si } k = 0 \\ 0, & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (4.10)$$

a la i -ésima entrada del sistema y si adicionalmente se aplica una señal cero a las otras entradas, entonces la salida del sistema está dada por

$$y(0) = D(:, i) \quad y(k) = CA^{k-1}B(:, i) \quad \text{para } k = 1, 2 \quad (4.11)$$

Esta salida se denomina respuesta al impulso debido a un impulso en la i -ésima entrada, $y(k)$ corresponde a la i -ésima columna de la matriz $CA^{k-1}B$ para $k = 1, 2, 3, \dots$. Por lo tanto, la secuencia de D, CB, CAB, CA^2B se llama la respuesta al impulso del sistema. Los términos de esta secuencia corresponden a los parámetros de Markov del sistema. Así que para un sistema LTI de tiempo discreto la secuencia $\{G_k\}_{k=0}^{\infty}$ de los parámetros de Markov corresponde a la respuesta al impulso del sistema.

Para un sistema LTI de tiempo continuo, $y^i(t)$ la salida de un sistema LTI de tiempo continuo con modelo (1) - (2) si se aplica un impulso de Dirac a la i -ésima entrada y una señal cero a las demás entradas. La matriz función $Y(\cdot) = [y^1(\cdot) \ y^2(\cdot) \ \dots \ y^m(\cdot)]$ se denomina respuesta al impulso del sistema. Se puede demostrar que la expansión de la serie de Taylor de $Y(\cdot)$ alrededor del punto $t = 0$ está dada por

$$Y(t) = \sum_{k=0}^{\infty} G_k \frac{t^k}{k!} \quad (4.12)$$

Así que para sistema LTI de tiempo continuo la relación entre los parámetros de Markov y la respuesta al impulso está dado por

$$G_k = \left. \frac{d^{k-1}Y(t)}{dt^{k-1}} \right|_{t=0} \quad (4.13)$$

Si se considera a las matrices de sistema (A, B, C, D) de un sistema LTI y N un entero positivo. Entonces

$$\mathcal{O}_N(C, A) = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{N-1} \end{bmatrix} \quad (4.14)$$

$$\mathcal{C}_N(B, A) = [B \quad AB \quad \dots \quad A^{N-1}B] \quad (4.15)$$

Si n es el orden del modelo de la realización (A, B, C, D) , entonces $\mathcal{O}_n(C, A)$ es llamada matriz de observabilidad de la realización y la $\mathcal{C}_n(B, A)$ es la matriz de controlabilidad. Una realización (A, B, C, D) se llama observable si la matriz de observabilidad $\mathcal{O}_n(C, A)$ tiene rango completo. Si una realización es observable, entonces siempre se puede reconstruir el estado inicial $x(0)$ observando la evolución de la salida, a condición de que también conocemos la evolución de la entrada para $k \geq 0$ o $t \geq 0$.

La realización (A, B, C, D) se denomina controlable si la matriz de controlabilidad $\mathcal{C}_n(B, A)$ tiene rango completo. Si una realización es controlable, entonces, para cualquier estado inicial siempre es posible diseñar una secuencia de entrada que dirige el sistema a un estado final deseado.

Los conceptos de observabilidad y controlabilidad son duales, en el sentido de que una realización (A, B, C, D) es observable si y sólo si la realización dual (A^T, B^T, C^T, D) es controlable, y viceversa. Una realización (A, B, C, D) es mínima si y sólo si es controlable y observable.

De acuerdo a De Schutter (2000), los métodos básicos de realización mínimos estado-espacio se pueden clasificar en dos grupos principales:

- Los métodos que empiezan con un realización no-mínima y luego reducir para conseguir una realización que sea controlable y observable, por lo que también mínima.
- El segundo grupo consiste en los métodos que comienzan con la respuesta al impulso (o los parámetros de Markov) del sistema y obtener la realización mínima directamente por las transformaciones apropiadas de la matriz de Hankel resultante. Dentro de este grupo, algunos algoritmos comienzan por determinar la parte observable del sistema, y luego la parte controlable del sistema resultante (o viceversa), dado que la observabilidad y controlabilidad son conceptos duales, el requisito básico es un algoritmo para determinar la parte controlable. Otros algoritmos se basan en una descomposición de la matriz de Hankel.

4.3 Algoritmo de realización de sistemas característicos.

El desarrollo básico de la realización estado-espacio es atribuido a Ho y Kalman quienes introdujeron los principios de la teoría de la realización mínima, cuyo procedimiento utiliza la matriz de Hankel generalizada para construir una representación estado-espacio de un sistema lineal de datos libres de ruido. El algoritmo de realización de sistemas característicos es una modificación de este para identificar parámetros modales de mediciones con ruido (Juang y Pappa, 1985).

A continuación, se describe el desarrollo del algoritmo ERA (Juang y Pappa, 1985). Éste comienza con formar una matriz de datos la cual es obtenida borrando algunas filas y columnas de la matriz de Hankel generalizada, pero manteniendo la primera submatriz intacta. Además, el orden estándar de entradas en la matriz Hankel generalizada no debe ser mantenido.

Dado que r es el número de entradas y m el número de salidas. Se definen las matrices de entradas y salidas como:

$$B = [b_1 \quad b_2 \quad \cdots \quad b_r] \quad C = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \vdots \\ c_m \end{bmatrix} \quad (4.16)$$

Donde el vector columna b_i es el vector de influencia de control para la i -ésima entrada y el vector fila c_j es el vector de influencia medido para el j -ésimo sensor de medida.

La matriz de datos ERA puede ser expresada por

$$H(k-1) = [Y_{s_i+k+t_j}]; \quad [Y_{s_i+k+t_j}] = C_j A^{s_i+k-1+t_j} B_i \quad (4.17)$$

Donde $s_0 = t_0 = 0$, y $s_i = t_j$ son enteros arbitrarios. Cuando $i = j = 0$, $Y_k = C A^{k-1} B$

La matriz de datos ERA, ecuación 4.17, permite incluir solo señales de medida buenas sin perder capacidad, lo cual es útil para eliminar datos medidos con mayor cantidad de ruido que otros. La ventaja de esta capacidad es el potencial de minimizar la distorsión de los parámetros identificados causados por el ruido. Además de que un arreglo apropiado de $H(k)$ puede minimizar los requerimientos computacionales del método.

De la ecuación 4.17, se puede demostrar que:

$$H(k) = \mathcal{O}_\alpha A^k \mathcal{C}_\beta \quad (4.18)$$

Siendo \mathcal{O}_α y \mathcal{C}_β matrices de observabilidad y controlabilidad.

Si asumimos que existe una matriz H^\dagger que satisface la relación

$$\mathcal{C}_\beta H^\dagger \mathcal{O}_\alpha = I_n \quad (4.19)$$

Donde I_n es una matriz identidad de orden n .

$$H(0)H^\dagger H(0) = \mathcal{O}_\alpha \mathcal{C}_\beta H^\dagger \mathcal{O}_\alpha \mathcal{C}_\beta = H(0) \quad (4.20)$$

La matriz H^\dagger es por tanto, la pseudo-inversa de la matriz $H(0)$.

El proceso de ERA comienza con la factorización de la submatriz de datos, ecuación 4.17, para $k=1$, utilizando una descomposición singular de valores.

$$H(0) = R\Sigma S^T \quad (4.21)$$

Donde las matrices R y S son ortonormales y Σ es una matriz rectangular

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \Sigma_n & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.22)$$

$$\text{Con } \Sigma_n = \text{diag}[\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_{i+1}, \dots, \sigma_n] \quad (4.23)$$

Y monótona decreciente σ_i ($i = 1, 2, \dots, n$)

$$\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \geq \sigma_i \geq \sigma_{i+1} \geq \dots \geq \sigma_n \geq 0 \quad (4.24)$$

Sean R_n y S_n matrices formadas por las primeras n columnas de R y S , respectivamente. Por lo tanto, la matriz $H(0)$ y su pseudo-inversa se convierte en

$$H(0) = R_n \Sigma_n S_n^T \text{ donde } R_n^T R_n = I_n = S_n^T S_n \text{ y } H^\dagger = S_n \Sigma_n^{-1} R_n^T \quad (4.25)$$

Comparando las ecuaciones 4.20 y 4.17 con $k=0$ sugieren que \mathcal{O}_α está relacionada con R_n y \mathcal{C}_β con S_n^T . Una opción posible es

$$\mathcal{O}_\alpha = R_n \Sigma_n^{1/2} \text{ y } \mathcal{C}_\beta = \Sigma_n^{1/2} S_n^T \quad (4.26)$$

De la ecuación 4.18, las primeras r columnas forman la matriz de entrada B , mientras que las primeras m filas forman la matriz de salida C . Con $k = 1$, se obtiene

$$H(1) = \mathcal{O}_\alpha A \mathcal{C}_\beta = R_n \Sigma_n^{1/2} A \Sigma_n^{1/2} S_n^T \quad (4.27)$$

Por lo que, una posible solución para la matriz de estado es

$$A = \Sigma_n^{-\frac{1}{2}} R_n^T H(1) S_n \Sigma_n^{-\frac{1}{2}} \quad (4.28)$$

Sin embargo, es necesaria una prueba matemática para soportarlo.

Definiendo O_i como una matriz nula de orden i , I_i como una matriz identidad de orden i , $E_m^T = [I_m \ O_m \ \dots \ O_m]$ donde m es el número de salidas, y $E_r^T = [I_r \ O_r \ \dots \ O_r]$ donde r es el número de entradas. Utilizando las ecuaciones 4.18, 4.19 y 4.25, se obtiene una realización mínima de la manera siguiente:

$$Y_k = E_m^T H(k-1) E_r$$

$$Y_k = E_m^T \mathcal{O}_\alpha A^{k-1} \mathcal{C}_\beta E_r$$

$$Y_k = E_m^T \mathcal{O}_\alpha | \mathcal{C}_\beta H^\dagger \mathcal{O}_\alpha | A^{k-1} | \mathcal{C}_\beta H^\dagger \mathcal{O}_\alpha | \mathcal{C}_\beta E_r$$

$$Y_k = E_m^T \mathcal{O}_\alpha | \mathcal{C}_\beta S_n \Sigma_n^{-1} R_n^T \mathcal{O}_\alpha | A^{k-1} | \mathcal{C}_\beta S_n \Sigma_n^{-1} R_n^T \mathcal{O}_\alpha | \mathcal{C}_\beta E_r$$

$$Y_k = E_m^T H(0) |S_n \Sigma_n^{-1} R_n^T| \mathcal{O}_\alpha A^{k-1} \mathcal{C}_\beta |S_n \Sigma_n^{-1} R_n^T| H(0) E_r$$

$$Y_k = E_m^T H(0) S_n \Sigma_n^{-1/2} \left| \Sigma_n^{-\frac{1}{2}} R_n^T H(1) S_n \Sigma_n^{-1/2} \right|^{k-1} \Sigma_n^{-1/2} S_n^T E_r$$

Ésta es la formulación básica de la realización de ERA.

$$A = \Sigma_n^{-\frac{1}{2}} R_n^T H(1) S_n \Sigma_n^{-\frac{1}{2}}, \quad B = \Sigma_n^{-1/2} S_n^T E_r, \quad C = E_m^T H(0) S_n \Sigma_n^{-1/2} \quad (4.29)$$

La cual es una realización mínima.

El modelo tiempo-discreto realizado representado por las matrices A, B, C y D pueden ser transformadas a un modelo tiempo-continuo. Las frecuencias del sistema pueden ser calculadas de los eigenvalores de la matriz de estado tiempo-continuo estimado.

4.4 Coherencia de Amplitud Modal

La Coherencia de Amplitud Modal o Modal Amplitude Coherence (MAC) es una medida de correlación entre un número de pasos de tiempo de la historia de respuesta asociado con un modo del modelo identificado y el correspondiente vector de datos utilizados en la identificación (Juang y Pappa, 1985).

$$MAC = \frac{|\bar{q}_i \hat{q}_i^*|}{(|\bar{q}_i \bar{q}_i^*| |\hat{q}_i \hat{q}_i^*|)^{1/2}} \quad (4.30)$$

Donde $i = 1, 2, \dots, n$ y $*$ significa conjugado complejo y transpuesto. Si los dos vectores coinciden, entonces el modelo reproduce los datos de respuesta.

Si consideramos un modelo tiempo-discreto identificado en coordenadas modales.

$$x_m(k+1) = \hat{\Lambda} x_m(k) + \hat{B}_m u(k) \quad (4.31)$$

$$y(k) = \hat{C}_m x_m(k) + D u(k) \quad (4.32)$$

Con r entradas y m salidas, donde $\hat{\Lambda}$ es una matriz diagonal que contiene los eigenvalores identificados, $\hat{\Lambda}_i$ ($i = 1, 2, \dots, n$) del sistema, y \hat{B}_m y \hat{C}_m son las matrices de entrada y de salida en coordenadas modales, respectivamente.

Para un sistema lineal, el mapa de entradas u a las salidas y pueden ser descritas por la secuencia de parámetros de Markov identificada.

$$\begin{aligned} \hat{Y} &= [\hat{D} \quad \hat{C}_m \hat{B}_m \quad \hat{C}_m \hat{\Lambda} \hat{B}_m \quad \dots \quad \hat{C}_m \hat{\Lambda}^{l-2} \hat{B}_m] \\ &\triangleq [\hat{Y}_0 \quad \hat{Y}_1 \quad \hat{Y}_2 \quad \dots \quad \hat{Y}_{l-1}] \end{aligned} \quad (4.33)$$

Donde l es el número de parámetros de Markov. La j -ésima columna de la matriz de parámetros de Markov \hat{Y}_i representa el pulso de respuesta al i -ésimo paso de tiempo con un pulso unitario aplicado en la j -ésima entrada.

Sean las matrices de entrada y de salida las siguientes

$$\hat{B}_m = \begin{bmatrix} \hat{b}_1 \\ \hat{b}_2 \\ \vdots \\ \hat{b}_n \end{bmatrix} \quad \hat{C}_m = [\hat{c}_1 \quad \hat{c}_2 \quad \dots \quad \hat{c}_{l-1}] \quad (4.34)$$

Donde n es el número de coordenadas modales. Cada parámetro individual de Markov puede ser escrito como la combinación de n componentes de diferentes coordenadas modales

$$\hat{Y}_2 = \hat{C}_m \hat{\Lambda} \hat{B}_m = \sum_{i=1}^n \hat{c}_i \hat{\lambda}_i \hat{b}_i \quad (4.35)$$

Por lo tanto, cada coordenada tiene una secuencia de parámetros de Markov descrita de la manera siguiente

$$[\hat{c}_i \hat{b}_i \quad \hat{c}_i \hat{\lambda}_i \hat{b}_i \quad \dots \quad \hat{c}_i \hat{\lambda}_i^{l-2} \hat{b}_i]; \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (4.36)$$

Entonces, se define la secuencia

$$\hat{q}_i = [\hat{b}_i \quad \hat{\lambda}_i \hat{b}_i \quad \dots \quad \hat{\lambda}_i^{l-2} \hat{b}_i] \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (4.37)$$

La secuencia total de parámetros de Markov es

$$\hat{Y} = \begin{bmatrix} D & \sum_{i=1}^n \hat{c}_i \hat{q}_i \end{bmatrix} \quad (4.38)$$

La secuencia \hat{q}_i es llamada la amplitud modal tiempo-historia identificado para el i -ésimo modo asociado con la matriz de salida \hat{c}_i a la secuencia de parámetros de Markov \hat{Y} . La secuencia \hat{q}_i es calculada de los eigenvalores $\hat{\lambda}_i$ y la matriz de entrada \hat{b}_i .

Por otro lado, se puede obtener \hat{q}_i descomponiendo la secuencia de parámetros de Markov $[Y_0 \ Y_1 \ Y_2 \ \dots \ Y_{l-1}]$ la cual es directamente obtenida de las muestras de pulsos de respuesta. Inicia al formar la matriz de Hankel

$$H(0) = \begin{bmatrix} Y_1 & Y_2 & \dots & Y_{l-\alpha} \\ Y_2 & Y_3 & \ddots & Y_{l-\alpha-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Y_\alpha & Y_{\alpha+1} & \dots & Y_{l-1} \end{bmatrix} \quad (4.39)$$

La matriz de Hankel puede ser descompuesta mediante la descomposición singular de valores.

$$\begin{aligned}
H(0) &= [R_n \Sigma_n^{1/2}] [\Sigma_n^{1/2} S_n^T] = [R_n \Sigma_n^{1/2}] [\psi \psi^{-1}] [\Sigma_n^{1/2} S_n^T] \\
H(0) &= [R_n \Sigma_n^{1/2} \psi] [\psi^{-1} \Sigma_n^{1/2} S_n^T] \triangleq \bar{O} \bar{C}
\end{aligned} \tag{4.40}$$

Donde ψ es una matriz no singular arbitraria determinada para las coordenadas seleccionadas para el modelo. La relación de los parámetros de Markov mostrada en la ecuación 4.46 sustituida en la 4.53 lleva a

$$\begin{aligned}
H(0) &= \bar{O} \bar{C} \\
H(0) &\cong \begin{bmatrix} C_m B_m & C_m \Lambda B_m & \dots & C_m \Lambda^{1-\alpha-1} B_m \\ C_m \Lambda B_m & C_m \Lambda^2 B_m & \ddots & C_m \Lambda^{1-\alpha} B_m \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C_m \Lambda^{\alpha-1} B_m & C_m \Lambda^\alpha B_m & \dots & C_m \Lambda^{1-\alpha-2} B_m \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} C_m \\ C_m \Lambda \\ \vdots \\ C_m \Lambda^{\alpha-1} \end{bmatrix} [B_m \quad \Lambda B_m \quad \dots \quad \Lambda^{1-\alpha-1} B_m]
\end{aligned} \tag{4.41}$$

Sea \bar{C} particionado de tal manera que

$$\bar{C} = \begin{bmatrix} \bar{q}_1 \\ \bar{q}_2 \\ \vdots \\ \bar{q}_n \end{bmatrix} = [B_m \quad \Lambda B_m \quad \dots \quad \Lambda^{1-\alpha-1} B_m] \tag{4.42}$$

Por lo tanto

$$\bar{C} = \begin{bmatrix} [b_1 \quad \lambda_1 b_1 \quad \dots \quad \lambda_1^{1-\alpha-1} b_1] \\ [b_2 \quad \lambda_2 b_2 \quad \dots \quad \lambda_2^{1-\alpha-1} b_2] \\ \vdots \\ [b_n \quad \lambda_n b_n \quad \dots \quad \lambda_n^{1-\alpha-1} b_n] \end{bmatrix} \tag{4.43}$$

La comparación entre las ecuaciones 4.37 y 4.43 revelan que \hat{q}_i y \bar{q}_i son idénticas para casos sin ruido, y que para casos con ruido y algunos valores singulares diferentes de cero truncados, \hat{q}_i es una aproximación de \bar{q}_i .

En capítulos posteriores se utiliza el procedimiento descrito del Algoritmo de realización de sistemas característicos para determinar las formas modales de la estructura en estudio. El procedimiento de Coherencia de Amplitud Modal se emplea establecer un grado de confianza de las formas modales obtenidas.

En el capítulo siguiente se describen los instrumentos que se emplean en la realización de este trabajo, se presentan sus características operacionales y técnicas más importantes, así como, el software que permite la captura de los registros de aceleraciones de manera sincronizada.

Capítulo 5

Instrumentos

En este capítulo se describen los diversos instrumentos utilizados para la medida de los parámetros dinámicos que caracterizan el comportamiento de la estructura.

5.1 Acelerómetros capacitivos

Los acelerómetros son instrumentos para adquirir la respuesta en corriente directa de mediciones de aceleración uniforme y vibración de baja frecuencia y se emplean en un amplio abanico de aplicaciones. Entre ellas el de analizar las características de baja frecuencia de edificios, puentes y objetos aeroespaciales; o adquirir información con propósitos de control mediante un proceso de retroalimentación (Pernía-Márquez, 2004).

Los acelerómetros capacitivos operan mediante una técnica donde la capacitancia del elemento de medición interno cambia en proporción a la aceleración aplicada.

El mecanismo de medición consiste en una masa sísmica (m) en forma de arandela suspendida mediante una lámina que trabaja a flexión con rigidez (k). Este ensamble se encuentra en medio de dos placas circulares que tienen electrodos de área (A), separados una distancia (d) la cual está controlada mediante espaciadores corroídos o grabados químicamente. La brecha de aire entre cada electrodo y la arandela forman un capacitor mecánico. En las Figuras 5.1 y 5.2 se muestran esquemáticamente el funcionamiento del sensor a 0g y 1g respectivamente (PCB, *Capacitive accelerometer, installation and operating manual*).

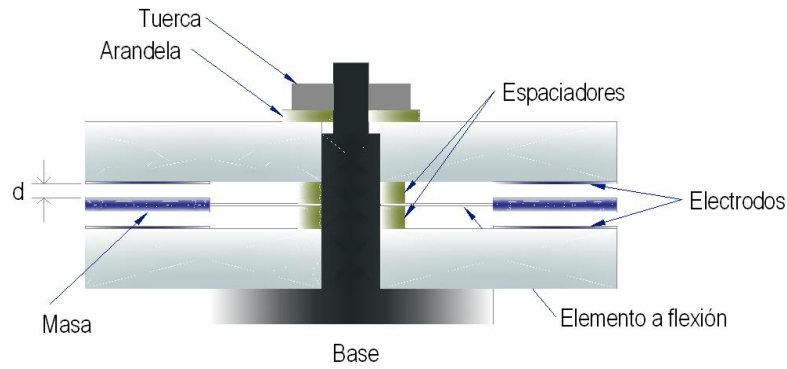


Figura 5.1. Acelerómetro midiendo 0g.

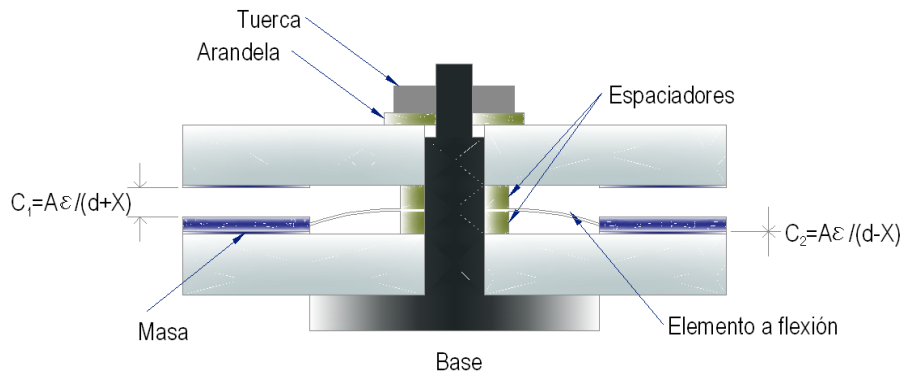


Figura 5.2. Acelerómetro midiendo 1g.

De acuerdo con la segunda ley de movimiento Newton, cuando el elemento se acelera (a) se genera una fuerza inercial (F) en la masa (m). Esta fuerza ocasiona que la masa se mueva cierta distancia (X). Esta distancia depende de la rigidez a flexión (k) de la placa de suspensión. A cada cambio en la distancia le corresponde un cambio de capacitancia, de acuerdo con la siguiente ecuación:

$$C_1 = A\epsilon/(d + X)$$

$$C_2 = A\epsilon/(d - X)$$

donde

A = Área del electrodo.

ϵ = Permitividad del aire.

d = Distancia entre la masa y el electrodo.

X = Desplazamiento de la masa.

5.2 Acelerómetros piezoeléctricos

Entre las principales características de los acelerómetros piezoeléctricos son su precisión y durabilidad y en general son más costosos que las de otro tipo. Requieren un circuito de condicionamiento de señal adecuado para obtener datos útiles en las mediciones.

Este tipo de acelerómetros utilizan un elemento piezoeléctrico acoplado con una masa formando un sistema masa-resorte de un grado de libertad, como se muestra en la Figura 5.3. El dispositivo es sensible a los cambios de carga, un cambio instantáneo en los esfuerzos en el elemento piezoeléctrico produce una señal eléctrica proporcional a la aceleración aplicada (PCB, *ICP accelerometer, installation and operating manual*).

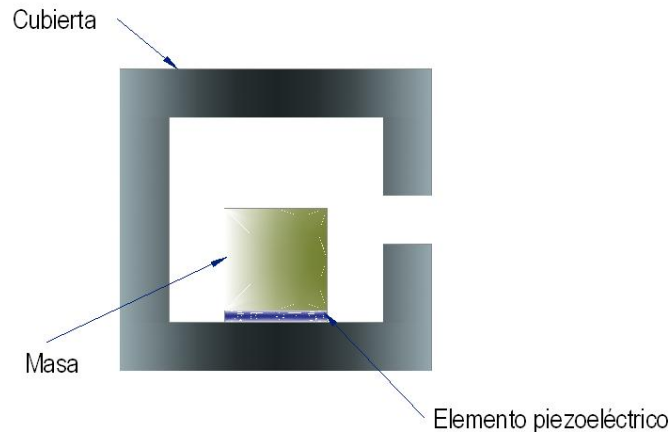


Figura 5.3. Acelerómetro piezoeléctrico.

5.3 Acondicionadores de señal

Estos instrumentos convierten las señales eléctricas obtenidas por los acelerómetros a una forma apropiada para que el sistema de adquisición de datos pueda procesarla. En general, esto significa cambiar la señal de salida a un nivel de voltaje requerido, modificar el rango dinámico del sensor, eliminar señales indeseables y limitar el espectro del sensor.

Algunos acelerómetros piezoeléctricos producen señales de pequeña magnitud que no pueden ser analizadas por el sistema de adquisición de datos, por lo que requieren un acondicionador de señal que preamplifique la carga. Además estos instrumentos actúan como transformadores de impedancias cuando la salida de la señal es de alta impedancia la convierte en baja que pueda ser transmitida a cualquier instrumento de medida o análisis. Protegen al sistema de sobrecargas tanto en la entrada como en la salida del preamplificador y permiten aplicar filtros de modo que se rechacen componentes de señal no deseados. A veces es necesario, dado la características de los acelerómetros, utilizar preamplificadores de tensión, los cuales modifican el voltaje de salida proporcionalmente al voltaje de entrada (Pernía, 2004).

5.4 Instrumentos alámbricos

Los instrumentos alámbricos utilizados en el desarrollo de esta tesis consisten en un sistema de adquisición de datos SIGLAB modelo 20-42, 2 sensores capacitivos modelo 3701G3FA3G, 2 sensores piezoeléctricos modelo 393B04 y acondicionadores de señales modelos 480E09, 484B06, 478A01.

El sistema de adquisición de datos SIGLAB modelo 20-42 permite grabar, visualizar y en algunos casos el procesamiento de los datos obtenidos por los transductores. Este modelo tiene la capacidad de procesar señales de hasta 20kHz y tiene la posibilidad de conectar 4 instrumentos de entrada y 2 de salida.

Este equipo contiene aplicaciones llamadas Instrumentos Virtuales para realizar mediciones y analizarlas en un ambiente de MATLAB. Están agrupados en 5 categorías, *Time*, *Spectrum*, *Network*, *Extras*, and *Debug* (SIGLAB Manuals, 2001).

El menú *Time* proporciona herramientas de análisis basadas en el tiempo tales como el osciloscopio (VOS), grabar de datos (VCAP) y generar funciones de salida como las ondas senoidales (VFG).

El menú *Spectrum* proporciona herramientas de análisis basadas en el espectro, tales como el analizador espectral (VSA) en combinación con VFG o VCAP. Mediante la herramienta SMAP se pueden generar mapas de cascada y mapas de intensidad, entre otros.

Con el menú *Network* se pueden utilizar herramientas de análisis basadas en sistemas, se pueden determinar las funciones de transferencia mediante la herramienta llamada analizador de señales dinámicas (VNA) o extraer modelos matemáticos del sistema mediante la herramienta identificación de sistemas (VID).

En el menú *Extras* se pueden encontrar herramientas para la verificación del desempeño del equipo e incluso simulaciones de las herramientas mencionadas anteriormente.

El menú *Debug* contiene utilidades para comprobar y solucionar errores de comunicación entre el dispositivo de adquisición de datos y la computadora. En la Figura 5.4 se muestra el dispositivo de adquisición de datos SIGLAB modelo 20-42 conectada a la computadora para visualizar los datos.



Figura 5.4. Sistema de adquisición de datos SIGLAB modelo 20-42.

5.4.1 Acelerómetro capacitivo modelo 3701G3FA3G

Este modelo está fabricado con piezas microelectrónicas que proporcionan señales de salidas normalizadas. Posee un regulador interno de voltaje lo que posibilita que sea alimentado desde cualquier fuente de energía no regulada. Un amortiguamiento natural de aire atenúa las vibraciones de alta frecuencia no deseados y proporciona un desempeño estable en todo su rango de operación de temperaturas. Mediante una placa que sirve de aislador de tierra se minimiza la posibilidad de ruido por efecto de bucles de tierra. La conexión se realiza a través de un cable de múltiples pines que proporciona una conexión hermética. Está cubierto de titanio para protegerlo en ambientes extremos. En la Figura 5.5 se muestra el acelerómetro modelo 3701G3FA3G. En la Tabla 5.1 se muestra las características técnicas del modelo 3701G3FA3G. (PCB, *Capacitive accelerometer, installation and operating manual*).



Figura 5.5. Acelerómetro modelo 3701G3FA3G.

5.4.2 Acelerómetro piezoeléctrico modelo 393B04

Las principales características de este modelo son que producen una señal con baja impedancia que puede ser transmitida a través de cables de gran longitud sin mayor pérdida de calidad de la señal y sensibilidad de voltaje fija sin importar el tipo de cable o longitud. En las Figuras 5.6 se muestra el sensor y en la Tabla 5.2 las características técnicas de este modelo (PCB, *ICP accelerometer, installation and operating manual*).



Figura 5.6. Acelerómetro modelo 393B04.

5.4.3 Acondicionador de señal modelo 480E09

Este modelo utiliza tres baterías de 9 volts y proporcionan corriente constante para los transductores IPC (acelerómetros). En la parte frontal contiene dos enchufes, en la nombrada SENSOR se conecta el transductor y en la nombrada OUTPUT el cable al sistema de adquisición de datos. Posee un monitor para detectar fallas en la conexión y puede también revisar el estado de las baterías. Además tiene una perilla de amplificador de ganancia. En la Figura 5.7 se muestra el acondicionador de señal modelo 480E09 y en la Tabla 5.3 sus características técnicas (PCB, *Sensor Signal Conditioner Model 480E09*, Installation and Operating Manual).



Figura 5.7. Acondicionador de señal modelo 480E09.

5.4.4 Acondicionador de señal modelo 484B06

Este modelo proporciona un abastecimiento de energía regulado de corriente directa de +24 V y una fuente de corriente constante ajustable para suministrar energía a un solo transductor. Opera en dos modos, en corriente directa y corriente alterna. El panel frontal contiene un monitor para asegurar la operación continua del circuito, una perilla para ajustar el nivel cero en las mediciones cuando las unidades están en el modo corriente directa. En la parte posterior cuenta con los enchufes, en la nombrada XDCR se conecta el transductor y en la nombrada SCOPE el cable al sistema de adquisición de datos. En la Figura 5.8 se muestra el acondicionador de señal modelo 484B06 y en la Tabla 5.4 sus características técnicas (PCB, *Sensor Signal Conditioner Model 484B06*, Installation and Operating Manual).



Figura 5.8. Acondicionador de señal modelo 484B06.

5.4.5 Acondicionador de señal modelo 478A01

Es un modelo de canal único proporciona energía a sensores capacitivos de la serie 370 de PCB, trabaja a base de tres baterías alcalinas de 9 V, o corriente directa de 27 V capaz de suministrar al menos 1.5 watts. El panel frontal contiene dos enchufes, en la nombrada SENSOR se conecta el transductor y en la nombrada OUTPUT el cable al sistema de adquisición de datos, está equipado con la característica de ajustar el nivel cero en las mediciones debidos al efecto de la gravedad. En las Figura 5.9 se muestra el acondicionador de señal modelo 478A01 y en la Tabla 5.5 sus características técnicas (PCB, *Sensor Signal Conditioner Model 478A01*, Installation and Operating Manual).



Figura 5.9. Acondicionador de señal modelo 478A01.

5.5 Instrumentos inalámbricos

Los instrumentos necesarios para ensamblar un nodo capaz de realizar mediciones son las tabillas IMOTE2 IPR2400, IIB2400, IBB2400 y SHM-A con el acelerómetro IS344ALH. Además es necesario ensamblar un nodo de enlace entre los nodos de medición y la computadora, éste se ensambla a partir de las tablillas IMOTE2 IPR2400 y IIB2400 y se suministra energía a través del cable USB mini- B. Este cable conectado a la tablilla IIB2400 y la computadora genera dos puertos virtuales UART, de los cuales uno es utilizado para programación de los sensores y el otro para comunicación de datos.

El sistema de adquisición de datos se basa en un grupo de herramientas de código abierto diseñado para el proyecto Illinois Health Monitoring Project, el cual funciona en un sistema operativo TinyOS. Entre las herramientas disponibles se encuentran la aplicación *RemoteSensing* que permite obtener datos de aceleración sincronizados de una red de sensores y la aplicación *Autocomm* para automáticamente archivos de registros (ISHMP, *Structural Health Monitoring Project. User's guide*)

TinyOS es un sistema operativo de código abierto diseñado para redes inalámbricas de sensores integrados. Dispone de una arquitectura basada en componentes, con la finalidad de reducir el tamaño del código de programación. Un programa se construye a través de módulos, configuraciones e interfaces para realizar una tarea. (TinyOS)

5.5.1 Tablilla SHM-A

La tablilla SHM-A es una tablilla de sensores diseñados para aplicaciones de monitoreo de la salud estructural para el proyecto Illinois Health Monitoring Project. Esta tablilla proporciona mediciones de aceleración en tres ejes mediante un acelerómetro modelo LIS344ALH y funciona a través de una interfaz con la plataforma Imote2. En la Figura 5.10 se muestra la tablilla SHM-A. (ISHMP, *SHM-A Board*)

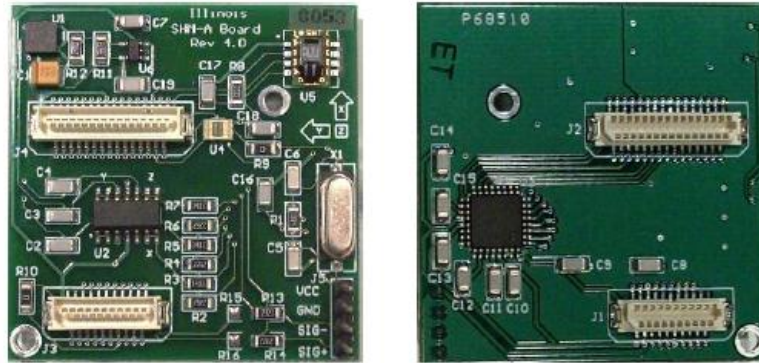


Figura 5.10. Tablilla SHM-A.

5.5.2 Acelerómetro capacitivo modelo LIS344ALH

El modelo LIS344ALH es un acelerómetro lineal en tres ejes que incluye un elemento sensible y una interfaz IC. El elemento sensible se encarga de detectar aceleraciones mediante un sensor inercial fabricado en silicón. La interfaz IC convierte la información del elemento sensible a una señal análoga compatible a los programas para su análisis. En la Tablas 5.6 y 5.7 se presentan las características de desempeño y eléctricas del acelerómetro modelo LIS344ALH, respectivamente (STMicroelectronics, *LIS344ALH*)

5.5.3 Tablilla IMOTE2 IPR2400

Es la plataforma para sensores inalámbricos construido a base de un procesador PXA271 XScale. Tiene un diseño modular y apilable mediante conectores de interfaz para tablillas de expansión en ambas caras. El procesador PXA271 es un modulo multi-chip que incluye tres chips, el CPU con 256 kB SRAM, 32 MB SDRAM y 32 MB Memoria FLASH. El IMOTE2 utiliza un transceptor de radio CC2420 IEEE802.15.4, el cual soporta una velocidad de datos de 250 kb/s. En la Figura 5.11 se muestra la tablilla IMOTE2 IPR2400 (Crossbow, *High-performance Wireless Sensor Network Node*).



Figura 5.11. Tablilla IMOTE2 IPR2400.

5.5.4 Tablilla IIB2400

Es una tablilla de interfaz la cual proporciona dos puertos seriales USB o una interfaz JTAG a la tablilla Imote2. La tablilla de interfaz se conecta a la computadora a través de un conector USB mini-B.

Esta plataforma permite programar la tablilla Imote2 o depurar tabllas avanzadas de sensores. La actividad de comunicación es indicada mediante LEDs para cada uno de los puertos seriales (rojo/azul para recibir/transmitir). En la Figura 5.12 se muestra la tablilla IIB2400 (Crossbow, *Imote2 interface board*).



Figura 5.12. Tablilla IIB2400.

5.5.5 Tablilla IBB2400

Es una tablilla básica universal de baterías diseñada para abastecer de energía a los Imote2, utiliza 3 pilas AAA. La tablilla al Imote2 se conecta a través de los conectores básicos o avanzados. En la Figura 5.13 se muestra la tablilla IBB2400 (Crossbow, *High-performance Wireless Sensor Network Node*).



Figura 5.13. Tablilla IBB2400.

Tabla 5.1. Características técnicas del acelerómetro modelo 3701G3FA3G.

DESEMPEÑO	Sistema Internacional
Sensibilidad ($\pm 5\%$)	102 mV/(m/s ²)
Rango de mediciones	± 29 m/s ² pk
Rango de frecuencias ($\pm 5\%$)	0 a 100 Hz
Rango de frecuencias ($\pm 10\%$)	0 a 150 Hz
Frecuencia resonante	>400 Hz
Fase de respuesta (10 Hz)	<3 °
Amortiguamiento	85 % Crítico
Resolución (0.5 a 100 Hz)	295 $\mu\text{m}/\text{sec}^2$ rms
No linealidad	$\leq 1\%$
Sensibilidad transversal	$\leq 3\%$
AMBIENTE	
Límite de sobrecarga	$\pm 29,400$ m/s ² pk
Rango de temperatura (Operación)	-40 a +85 °C
Rango de temperatura (Almacenaje)	-65 a +121 °C
Coeficiente de temperatura de sensibilidad	$\leq 0.091\%$ /°C
Coeficiente de compensación por temperatura de 0g	≤ 0.055 m/s ² /°C
Sensibilidad a deformación de base	0.002 (m/s ²)/ $\mu\epsilon$
Sensibilidad magnética	2.4 (m/s ²)/Tesla
ELÉCTRICO	
Voltaje de excitación	16 a 30 VDC
Consumo de energía	≤ 10 mA
Impedancia de salida	≤ 50 ohm
Compensación de voltaje (0 g)	± 200 mVDC
Ruido espectral (1 Hz)	145 ($\mu\text{m}/\text{sec}^2$)/ $\sqrt{\text{Hz}}$
Ruido espectral (10 Hz)	39 ($\mu\text{m}/\text{sec}^2$)/ $\sqrt{\text{Hz}}$
Ruido espectral (100 Hz)	10 ($\mu\text{m}/\text{sec}^2$)/ $\sqrt{\text{Hz}}$
Aislamiento eléctrico (Base)	$>10^8$ ohm
FÍSICO	
Material de la cubierta	Titanio
Sellado	Hermético
Tamaño (alto x largo x ancho)	11.4 mm x 21.6 mm x 21.6 mm
Peso	17.5 gm
Conexión eléctrica	4-Pin

Tabla 5.2. Características técnicas del acelerómetro modelo 393B04.

DESEMPEÑO	Sistema Internacional
Sensibilidad ($\pm 5\%$)	102 mV/(m/s ²)
Rango de mediciones	± 49 m/s ² pk
Rango de frecuencias ($\pm 5\%$)	0.06 a 450 Hz
Rango de frecuencias ($\pm 10\%$)	0.05 a 750 Hz
Rango de frecuencias (± 3 dB)	0.02 a 1700 Hz
Frecuencia resonante	≥ 2.5 kHz
Resolución (0.5 a 100 Hz)	0.00003 m/s ² rms
No linealidad	$\leq 1\%$
Sensibilidad transversal	$\leq 5\%$
AMBIENTE	
Límite de sobrecarga	± 2950 m/s ² pk
Rango de temperatura	-18 a +80 °C
Sensibilidad a deformación de base	≤ 0.005 (m/s ²)/ $\mu\epsilon$
ELÉCTRICO	
Voltaje de excitación	18 a 30 VDC
Consumo de energía	2 a 10 mA
Impedancia de salida	<500 ohm
Compensación de voltaje (0 g)	7 a 12 VDC
Constante de tiempo de descarga	5 a 15 sec
Ruido espectral (1 Hz)	2.9 ($\mu\text{m/sec}^2$)/ $\sqrt{\text{Hz}}$
Ruido espectral (10 Hz)	1.0 ($\mu\text{m/sec}^2$)/ $\sqrt{\text{Hz}}$
Ruido espectral (100 Hz)	0.4 ($\mu\text{m/sec}^2$)/ $\sqrt{\text{Hz}}$
Ruido espectral (1 kHz)	0.4 ($\mu\text{m/sec}^2$)/ $\sqrt{\text{Hz}}$
FÍSICO	
Elemento sensitivo	Cerámica
Material de la cubierta	Titanio
Sellado	Hermético
Tamaño (diámetro x alto)	25 mm x 31 mm
Peso	50 gm
Conexión eléctrica	10-32 Coaxial

Tabla 5.3. Características técnicas del acondicionador de señal modelo 480E09.

DESEMPEÑO	Sistema Internacional
Canales	1
Rango de frecuencia (-5 %)(x1, x10 Ganancia)	0.15 a 100,000 Hz
Rango de frecuencia (-10 %)(x100 Ganancia)	0.15 a 50,000 Hz
Voltaje Ganancia(± 2 %)	01:01
Voltaje Ganancia (± 2 %)	01:10
Voltaje Ganancia (± 2 %)	02:40
Fault/Bias Monitor/Meter(± 1 V)	13 VDC
ELÉCTRICO	
Voltaje de excitación (al sensor)	27 a 29 VDC
Corriente constante de excitación (al Sensor)	2 a 3.1 mA
Constante de tiempo de descarga	>10 sec
Compensación DC (Máximo)	<30 mV
Ruido espectral (1 Hz)(Ganancia 1)	-132 dB
Ruido espectral (10 Hz)(Ganancia 1)	-143 dB
Ruido espectral (100 Hz)(Ganancia 1)	-146 dB
Ruido espectral (1 kHz)(Ganancia 1)	-148 dB
Ruido espectral (10 kHz)(Ganancia 1)	-150 dB
Ancho de banda de ruido espectral (1 to 10,000 Hz)(Ganancia x1)	-110 dB/rms
Ruido espectral (1 Hz)(Ganancia 10)	-113 dB
Ruido espectral (10 Hz)(Ganancia 10)	-114 dB
Ruido espectral (100 Hz)(Ganancia 10)	-119 dB
Ruido espectral (1 kHz)(Ganancia 10)	-125 dB
Ruido espectral (10 kHz)(Ganancia 10)	-130 dB
Ancho de banda de ruido espectral (1 to 10,000 Hz)(Ganancia x10)	-86 dB/rms
Ruido espectral (1 Hz)(Ganancia 100)	-94 dB
Ruido espectral (10 Hz)(Ganancia 100)	-94 dB
Ruido espectral (100 Hz)(Ganancia 100)	-98 dB
Ruido espectral (1 kHz)(Ganancia 100)	-105 dB
Ruido espectral (10 kHz)(Ganancia 100)	-114 dB
Ancho de banda de ruido espectral (1 to 10,000 Hz)(Ganancia x100)	-65 dB/rms
FÍSICO	
Conector eléctrico (Input, sensor)	BNC Jack
Conector eléctrico (Output, scope)	BNC Jack
Conector eléctrico (Energía External, DC)	3.5 mm Diameter Miniature Jack
Conector eléctrico (Cargador de baterías)	#722 Switchcraft Jack
Tamaño (alto x largo x ancho)	6.1 cm x 10 cm x 7.4 cm
Peso (incluido baterías)	0.3 kg

Tabla 5.4. Características técnicas del acondicionador de señal modelo 484B06.

ELÉCTRICO	Sistema Internacional	
Voltaje regulado	24 \pm 1 VDC	
Corriente constante de excitación (al Sensor)	2 to 20 mA	
Constante de tiempo	10 (-0, +50%) sec	
Rango de acomodo de voltaje bias	11V nominal	7.5 a 14.5 VDC
	6V nominal	3 a 8 VDC
Respuesta de baja frecuencia (-5%) AC,DC	0.05 Hz	0 Hz
Respuesta de alta frecuencia (\pm 5%, -5%)	50 kHz	
Compensación DC (Máximo)	<30 mV	
Ancho de banda de ruido, RMS (1 a 10 kHz)	-81 dB	
Ruido espectral (1 Hz)	-103 dB	
Ruido espectral (10 Hz)	-112 dB	
Ruido espectral (100 Hz)	-116 dB	
Ruido espectral (1 kHz)	-120 dB	
Ruido espectral (10 kHz)	-120 dB	
Ganancia	1 \pm 1%	
Máximo voltaje de salida	\pm 10%	
Impedancia de salida	<50	
Monitor de falla (movimiento de 1mA)	24 \pm 1.0	
Energía (50 a 400 Hz)	115 \pm 10%/0.12 (máximo)	
FÍSICO		
Conector eléctrico (Input, sensor)	BNC Jack	
Conector eléctrico (Output, scope)	BNC Jack	
Conector eléctrico (Energía, AC)	IEC 320	
Tamaño (alto x ancho x largo)	10.8 cm x 4.1 cm x 15.9 cm	
Peso (incluido baterías)	0.9072 kg	

Tabla 5.5. Características técnicas del acondicionador de señal modelo 478A01.

ELÉCTRICO	Sistema Internacional
Suministro de voltaje	>16 V
Corriente limitada	60 \pm 10% mA
	14 - 20 mA
Vida de las baterías	20 hrs
Baterías (3)	9 V
Energía necesaria para DC externa	27 V
	1.5 W
Rango de ajuste de compensación DC	\pm 1.2 \pm 5% V
	\pm 0.15 V
	\pm 0.05 V
	\pm 1.6 \pm 5% V
Ganancia	01:01
Frecuencia de respuesta (\pm 5%, ganancia)	DC/>2 Hz/kHz
Ruido espectral (1 Hz)	-95 dB
Ruido espectral (10 Hz)	-117 dB
Ruido espectral (100 Hz)	-134 dB
Ruido espectral (1 kHz)	-140 dB
Ruido espectral (10 kHz)	-140 dB
Ancho de banda de ruido (100 mHz a 10 kHz)	-102 dB
FÍSICO	
Conector eléctrico (Input, sensor)	4 pin Jack
Conector eléctrico (Output, scope)	BNC Jack
conector de energía externa (Input)	3.5 mm Jack
Conector de carga	-722 Switchcraft Jack
Tamaño (alto x ancho x largo)	10.16 cm x 7.37 cm x 6.10 cm
Peso (incluido baterías)	0.312 kg

Tabla 5.6. Características técnicas del acelerómetro modelo LIS344ALH.

DESEMPEÑO	MÍNIMO	TÍPICO	MÁXIMO	UNIDADES
Rango de mediciones		± 2		g
Bit menos significativo	0.133	0.143	0.152	mg
Sensibilidad	6600	7000	7500	LSB/g
Compensación (0 g)	13300	14000	14600	LSB
Sensibilidad por temperatura (todos los ejes)	-0.08		0.02	%/°C
Cambio 0 g / temperatura (ejes x, y)		-1.25		mg/°C
Cambio 0 g / temperatura (eje z)		-2.75		mg/°C
Ruido de fondo (ejes x, y)	0.2	0.3	0.7	mg
Ruido de fondo (eje z)	0.3	0.7	1.2	mg
Frecuencia máxima	1158	1448	1736	Hz

Tabla 5.7. Características eléctricas del acelerómetro modelo LIS344ALH.

ELÉCTRICO	CONDICIÓN DE PRUEBA	MÍNIMO	TÍPICO	MÁXIMO	UNIDADES
Suministro de voltaje			1.8		V
		3.2	3.2	3.3	V
Corriente SHM-A	3.2 V, QF4A512, 3 canales		12.8	13.2	mA
	1.8 V, QF4A512, 3 canales		79.6	82	mA
Corriente SHM-A + Imote 2	SHM-A apagado + Imote 2 @ 13 MHz		41	56	mA
	SHM-A apagado + Imote 2 @ 104 MHz		169	184	mA
Voltaje de entrada extrema analógica		0		3.3	V

Para la realización de este trabajo, se utilizaron los instrumentos descritos anteriormente. En el siguiente capítulo, se muestran los resultados obtenidos de las pruebas realizadas en terreno libre con ambos tipos de instrumentos, alámbricos e inalámbricos. Posteriormente, los mismos instrumentos son utilizados para determinar las características dinámicas del edificio p4 y sus formas modales.

Capítulo 6

Mediciones en terreno libre

En esta etapa se realizaron mediciones en el área donde se encuentra ubicado el edificio p4, con el objeto de determinar las frecuencias naturales de vibración en el terreno libre y poder identificarlas en el momento que se obtengan los resultados de las mediciones realizadas en el edificio de estudio. Esto se presenta si el edificio es rígido de modo que las vibraciones del suelo se pueden transmitir a través del edificio y tener una amplitud considerable en las mediciones realizadas en la estructura. El edificio p4 es una estructura que se puede considerar suficientemente rígida, debido a su tipo de estructuración y que sólo cuenta con 3 niveles, para transmitir la frecuencia de vibración del suelo y puedan ser apreciables al realizarse las mediciones en su estructura.

6.1 Mediciones con instrumentos alámbricos

Se realizaron dos mediciones con los instrumentos alámbricos, acelerómetros modelo 3701G3FA3G, En la Figura 6.1 se muestra la primera medición realizada en el terreno (unidades en g).

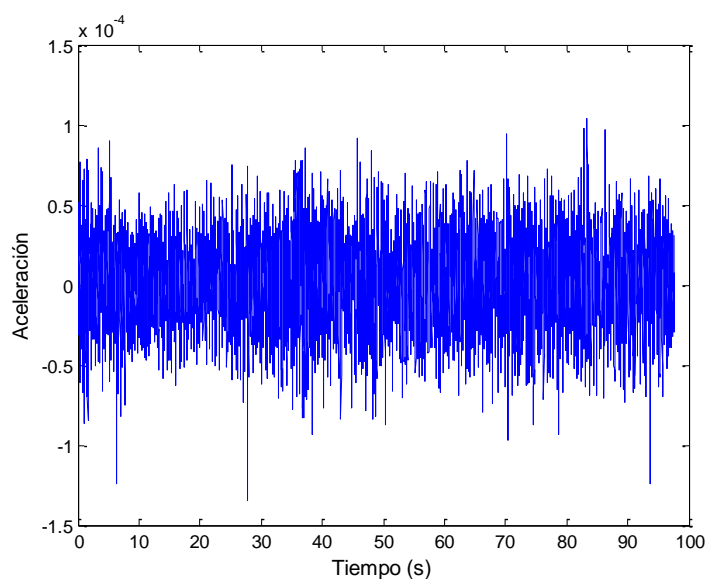


Figura 6.1. Primera medición realizada sobre el terreno libre.

En la Figura 6.2 se muestra la segunda medición realizada en el terreno (unidades en g).

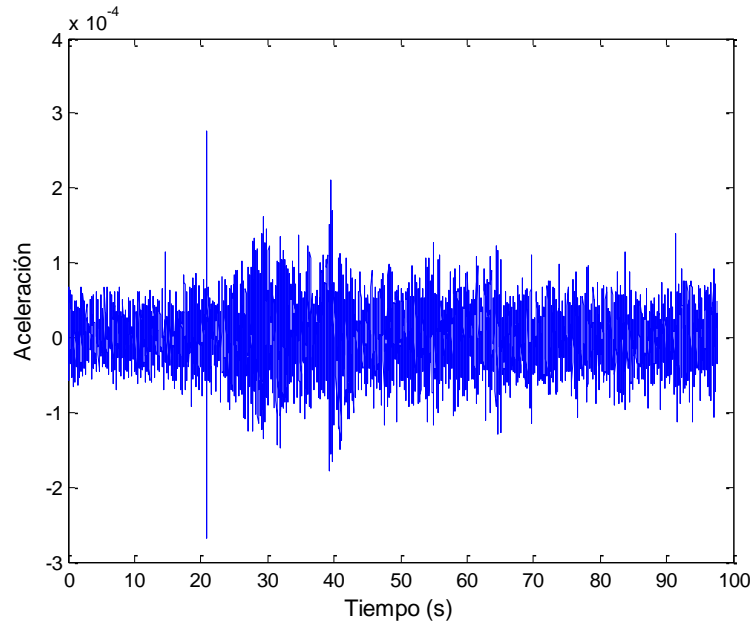


Figura 6.2. Segunda medición realizada sobre el terreno libre.

Se identificaron las frecuencias naturales del terreno, mediante la selección de picos de las gráficas de la respuesta en el dominio de la frecuencia, de acuerdo a la metodología descrita en el capítulo 4. En la Figura 6.3 se observan tres frecuencias naturales encontradas en la medición 1, 1.625 Hz, 2.875 Hz y 4.312 Hz.

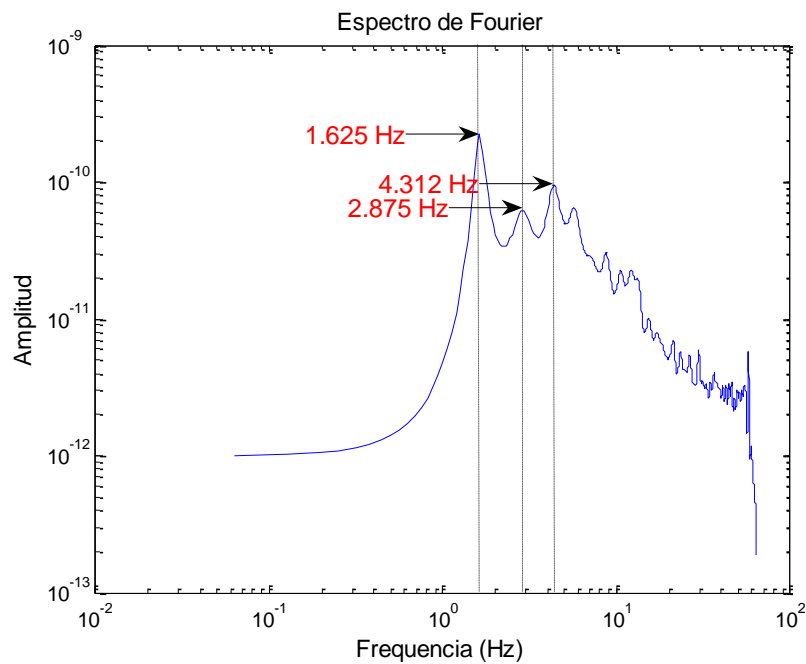


Figura 6.3. Frecuencias naturales encontradas en la medición 1 sobre el terreno libre.

En la Figura 6.4 se observan dos frecuencias naturales encontradas en la medición 2, 1.688 Hz y 4.5 Hz

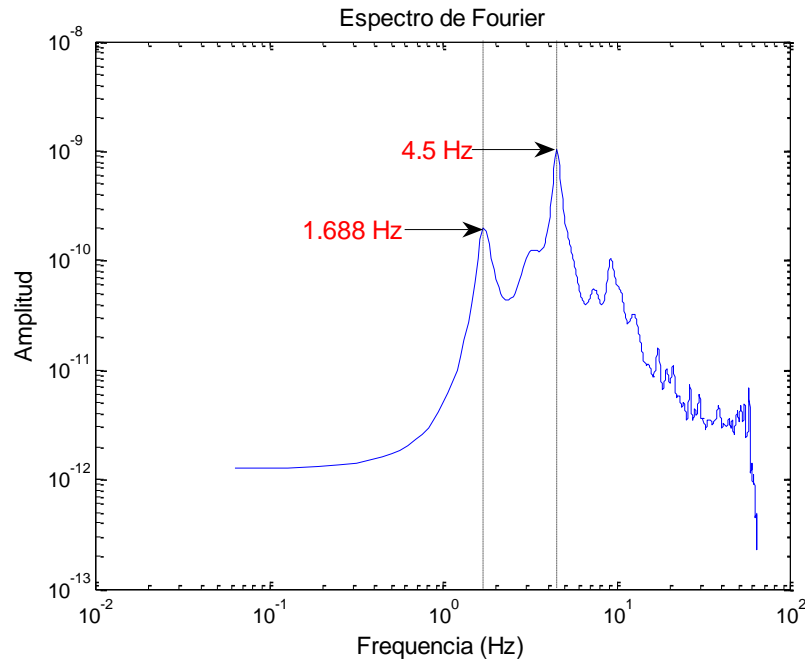


Figura 6.4. Frecuencias naturales encontradas en la medición 2 sobre el terreno libre.

6.2 Mediciones con instrumentos inalámbricos

De la misma manera se realizaron dos mediciones con instrumentos inalámbricos. En la Figura 6.5 se muestra la primera medición inalámbrica realizada en el terreno libre (unidades en mg).

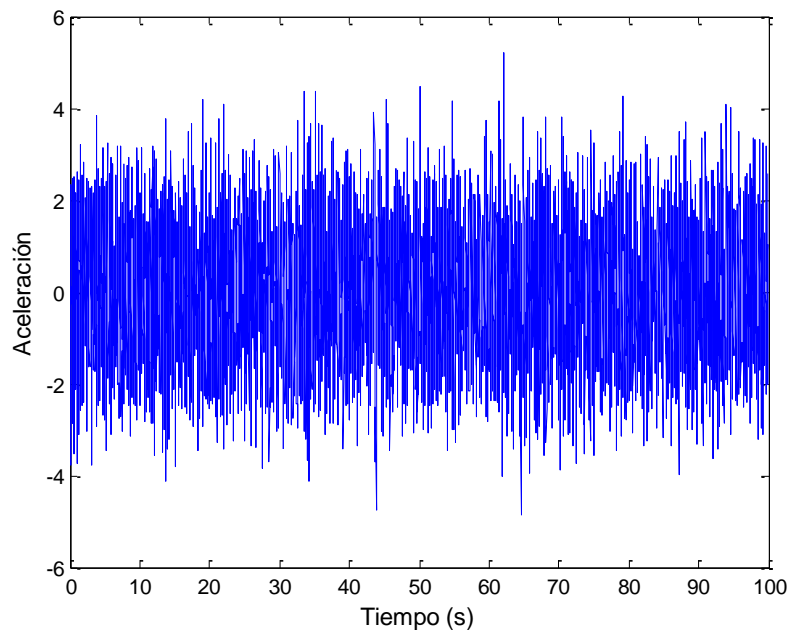


Figura 6.5. Primera medición inalámbrica realizada sobre el terreno libre.

En la Figura 6.6 se muestra la segunda medición inalámbrica realizada en el terreno (unidades en mg).

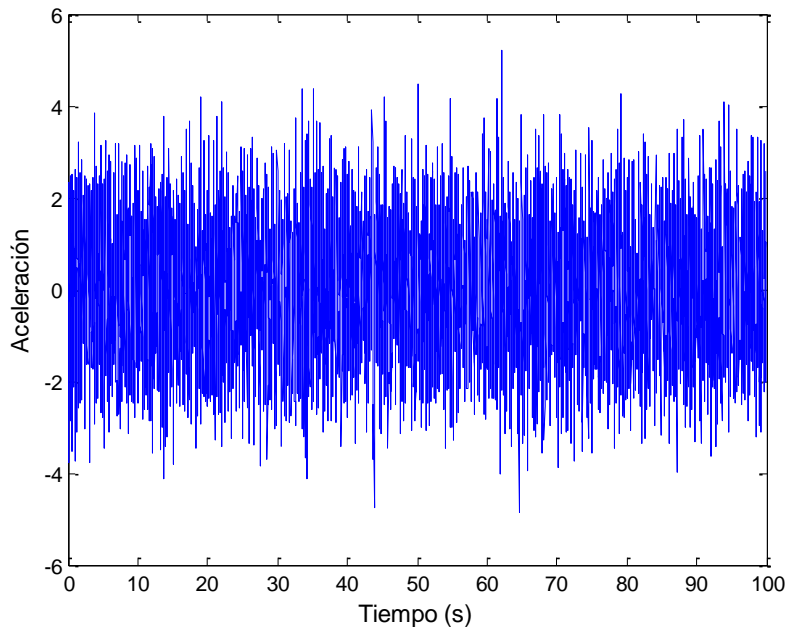


Figura 6.6. Segunda medición realizada sobre el terreno libre.

Se identificaron las frecuencias naturales del terreno, mediante la selección de picos de las gráficas de la respuesta en el dominio de la frecuencia, de acuerdo a la metodología descrita en el capítulo 4. En la Figura 6.7 se observan dos frecuencias naturales encontradas en la medición 1, 1.221 Hz, 2.148 Hz.

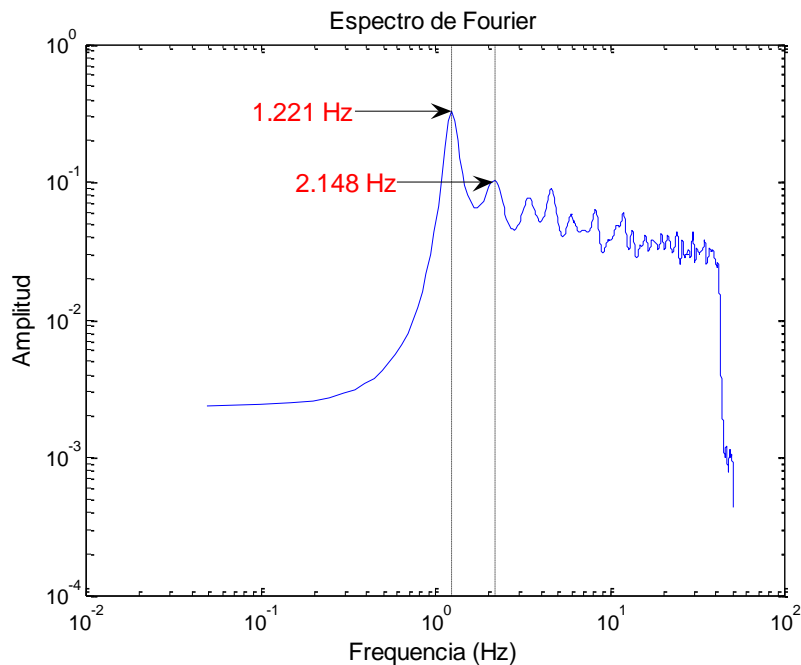


Figura 6.7. Frecuencias naturales encontradas en la primera medición inalámbrica sobre el terreno libre.

En la Figura 6.8 se observan dos frecuencias naturales encontradas en la medición 1, 1.221 Hz, 2.197 Hz.

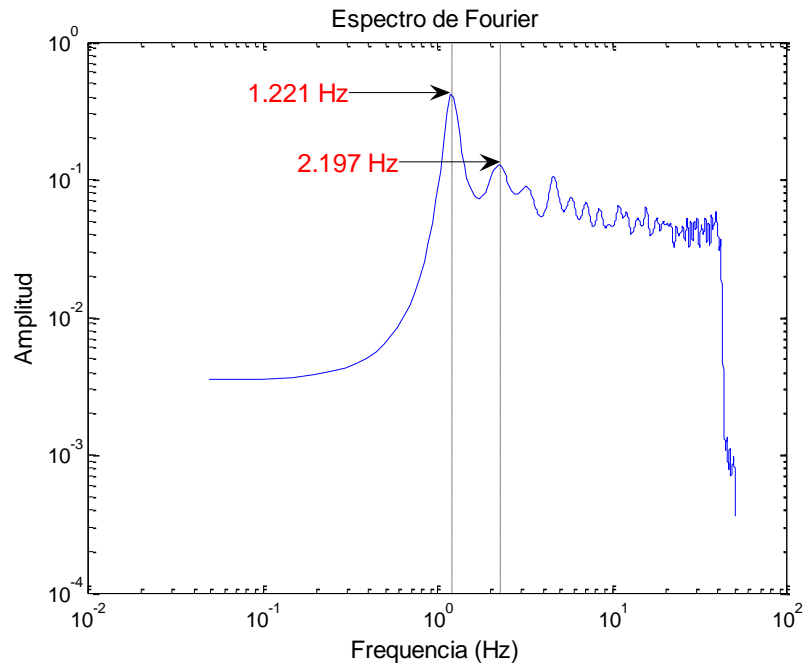


Figura 6.8. Frecuencias naturales encontradas en la segunda medición inalámbrica sobre el terreno libre.

6.3 Resultados

En la Tabla 6.1 se muestra el resumen de las frecuencias obtenidas al realizar las mediciones en terreno libre. En ellas se puede notar que existen contenidos de frecuencia con tal amplitud que pueden confundirse como modos de vibración de la estructura.

Tabla 6.1 Tabla de resumen de frecuencias encontradas de las mediciones en terreno libre (Hz).

Medición	Frecuencias			
	Alámbrica		Inalámbrica	
1	1.625	2.875	1.221	2.148
2	1.688	4.5	1.221	2.197

En los capítulos posteriores, en los que se realizan mediciones en la estructura, es necesario observar las frecuencias que pueden deberse a vibraciones del suelo o incluso a los propios instrumentos.

En el capítulo siguiente se muestran los resultados obtenidos de la instrumentación alámbrica del edificio p4, con la finalidad de obtener los parámetros dinámicos de dicha estructura. Al utilizar las frecuencias de las mediciones alámbricas en el terreno libre se descartan frecuencias no deseadas.

Capítulo 7

Instrumentación alámbrica

7.1 Registros de las mediciones

Se realizó la instrumentación al edificio p4, se utilizó el procedimiento de Pan-Cherng para determinar la posición óptima de los sensores. Se empleó en este procedimiento un número posible de sensores de 12 sobre de 216 posiciones disponibles dentro de la estructura (correspondientes a 72 nodos cada con 3 posibles direcciones, como se describe en el modelo 5 del capítulo 3).

Se utilizaron 2 acelerómetros modelo 3701G3FA3G, 2 acelerómetros modelo 393B04 y un dispositivo de adquisición de datos SIGLAB modelo 20-42. Se realizaron 24 mediciones, cada una de 5 minutos, todas realizadas en la planta de azotea. En la Figura 7.1 se muestra esquemáticamente la posición y dirección de cada medición realizada.

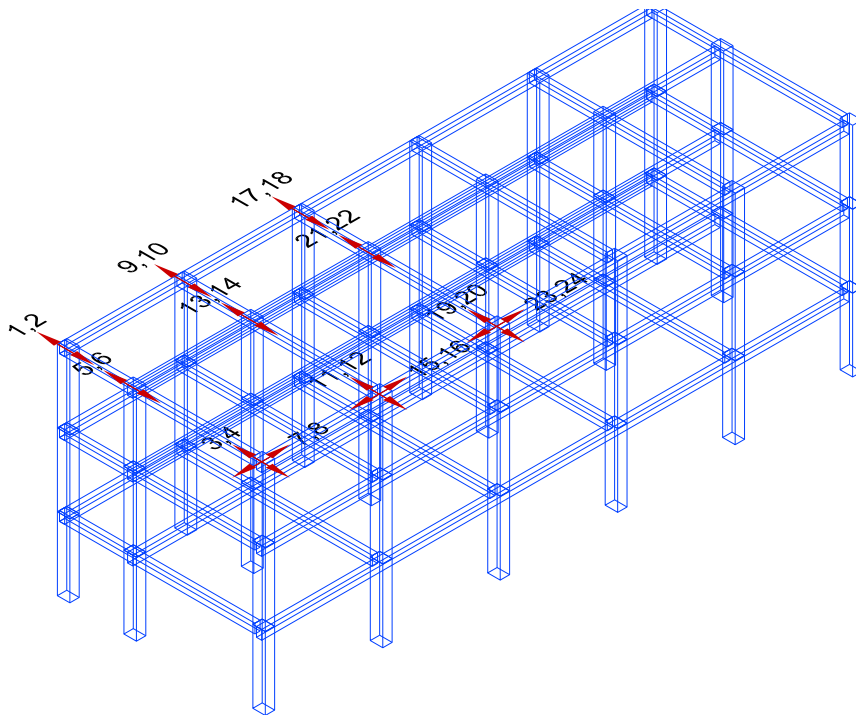


Figura 7.1. Ubicación óptima encontrada para el modelo 6.

En las Figuras 7.2 a la 7.13 se muestran los acelerogramas recolectados (unidades en g).

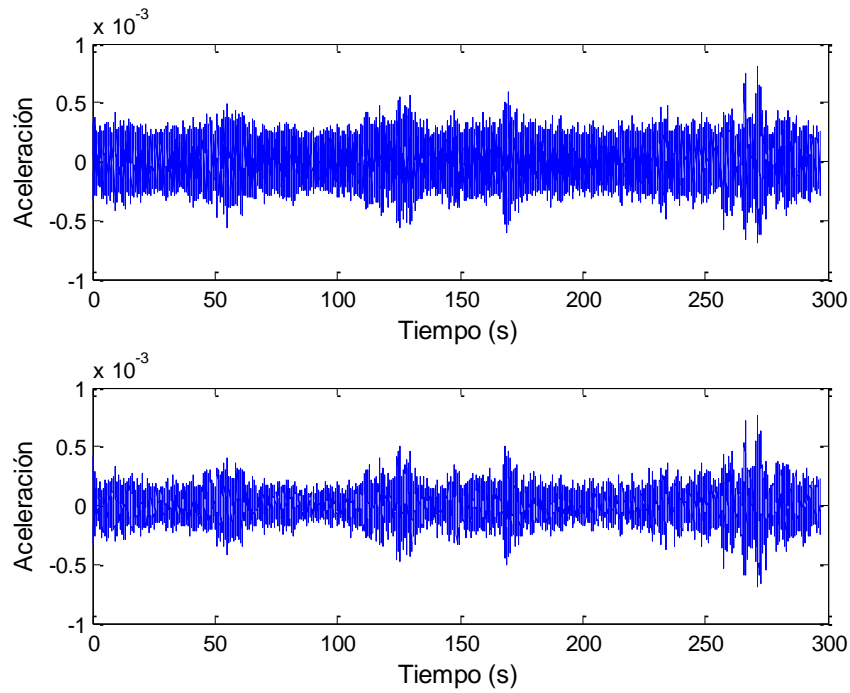


Figura 7.2. Mediciones 1 y 3.

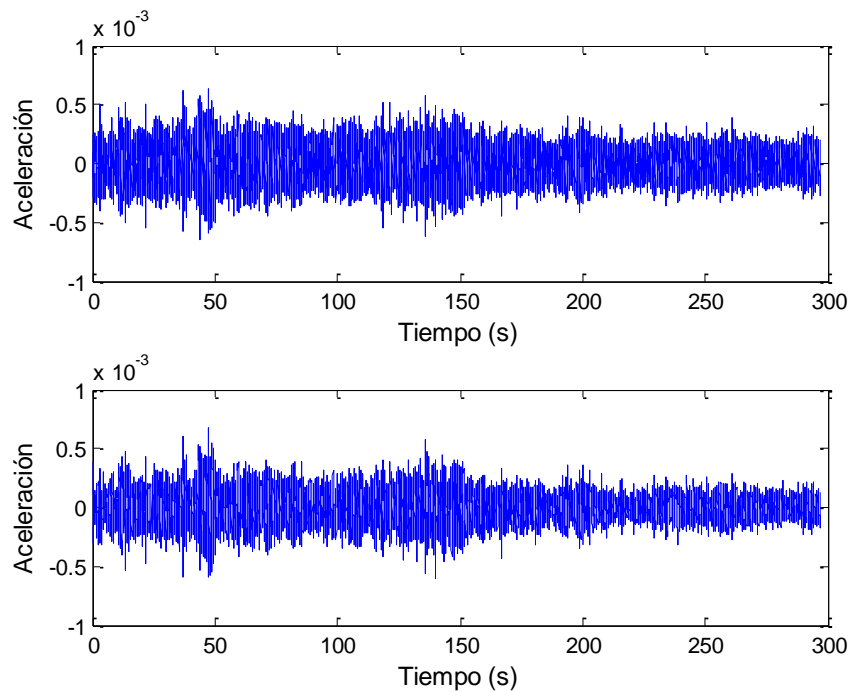


Figura 7.3. Mediciones 2 y 4.

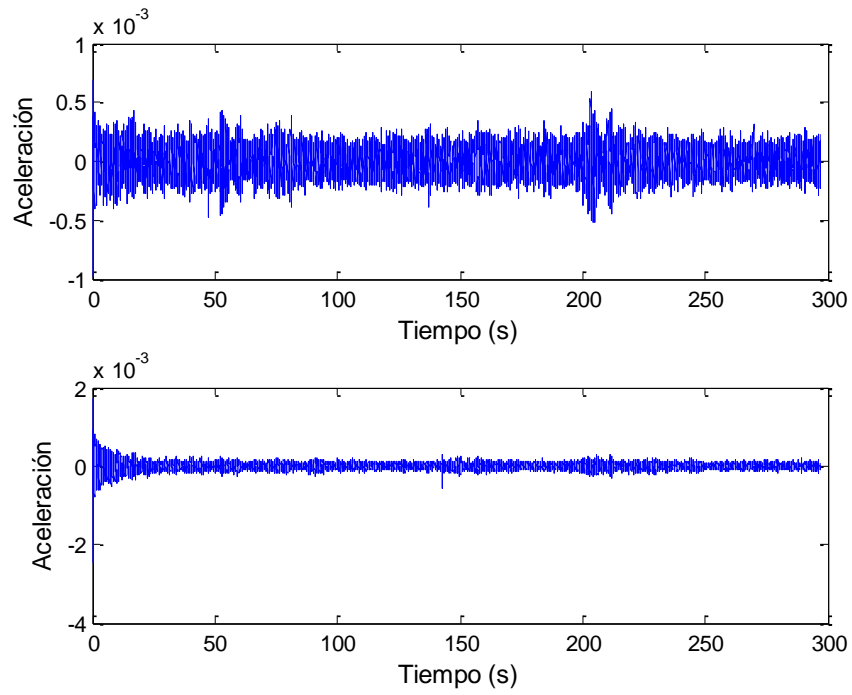


Figura 7.4. Mediciones 5 y 7.

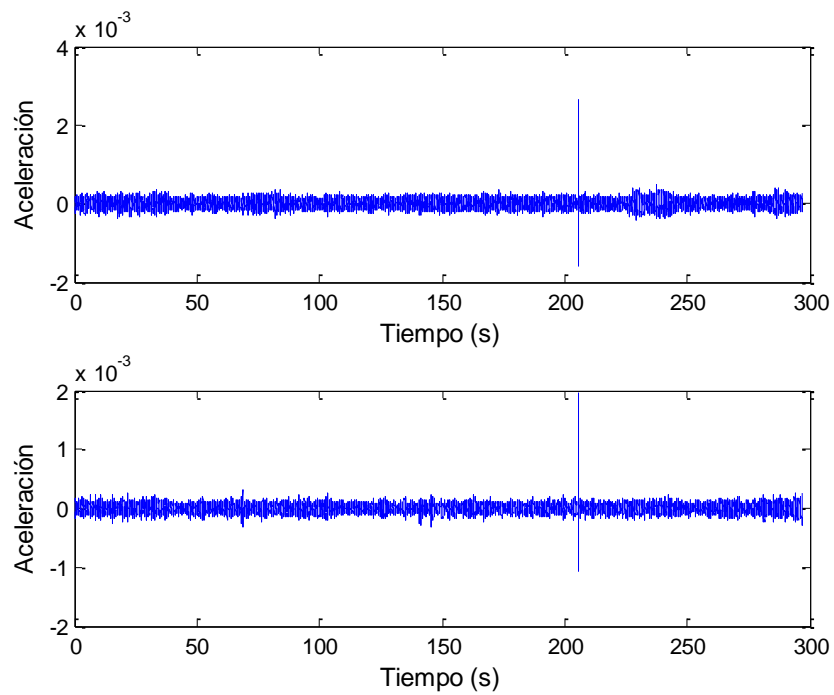


Figura 7.5. Mediciones 6 y 8.

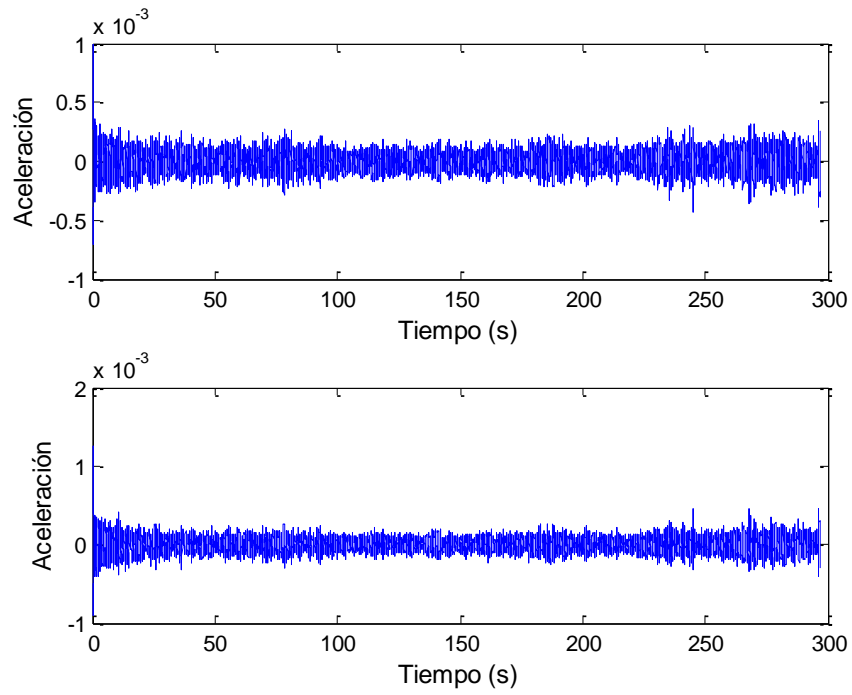


Figura 7.6. Mediciones 9 y 11.

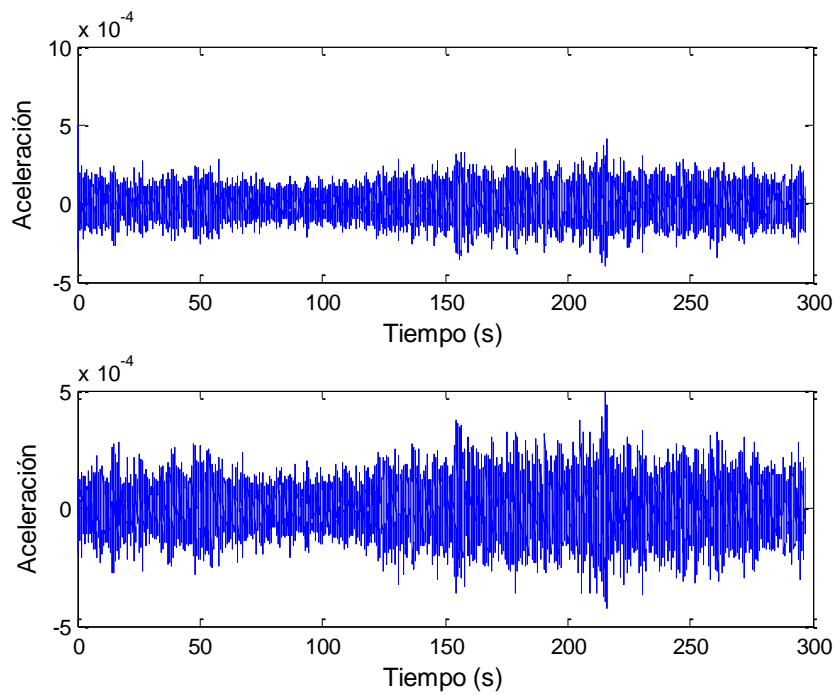


Figura 7.7. Mediciones 10 y 12.

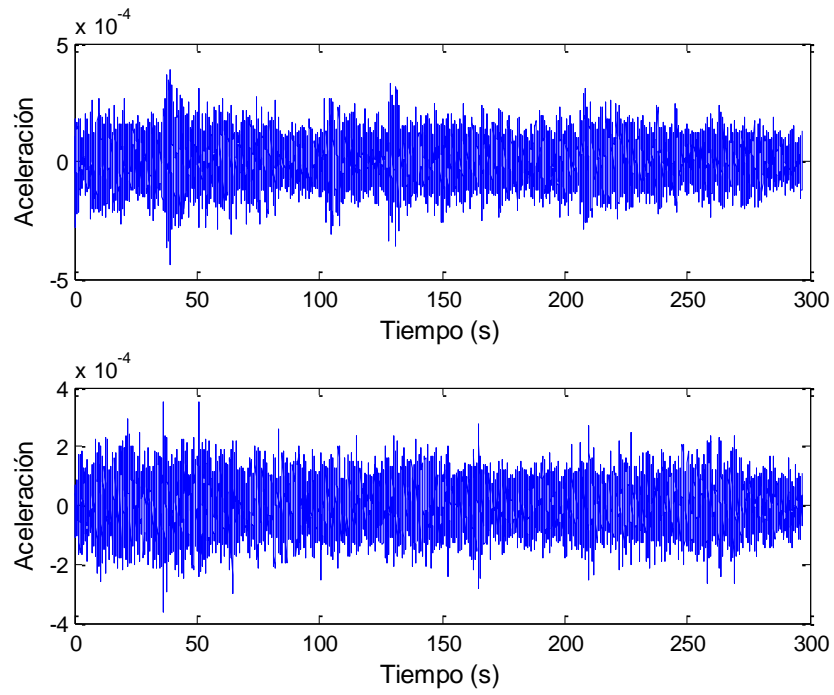


Figura 7.8. Mediciones 13 y 15.

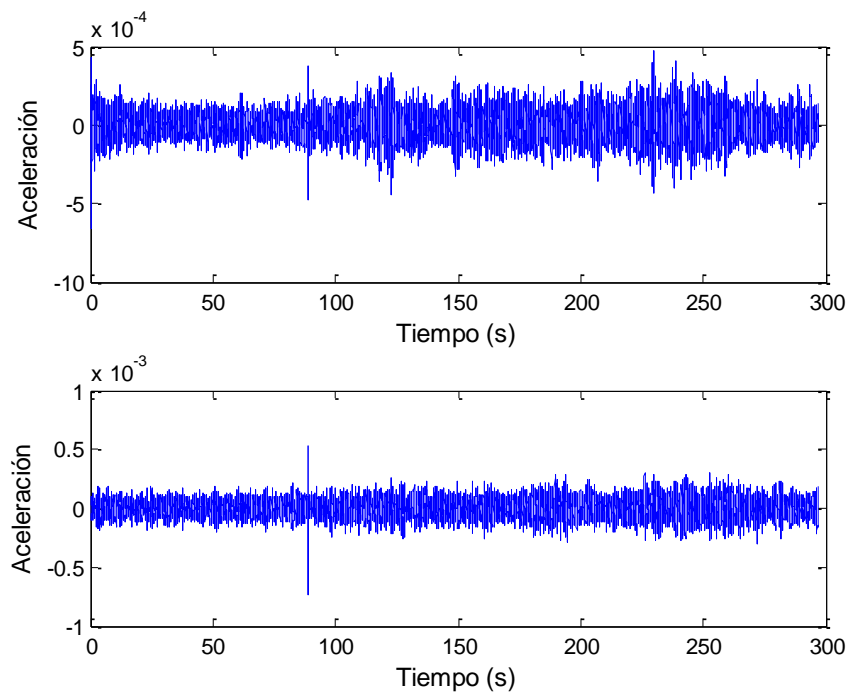


Figura 7.9. Mediciones 14 y 16.

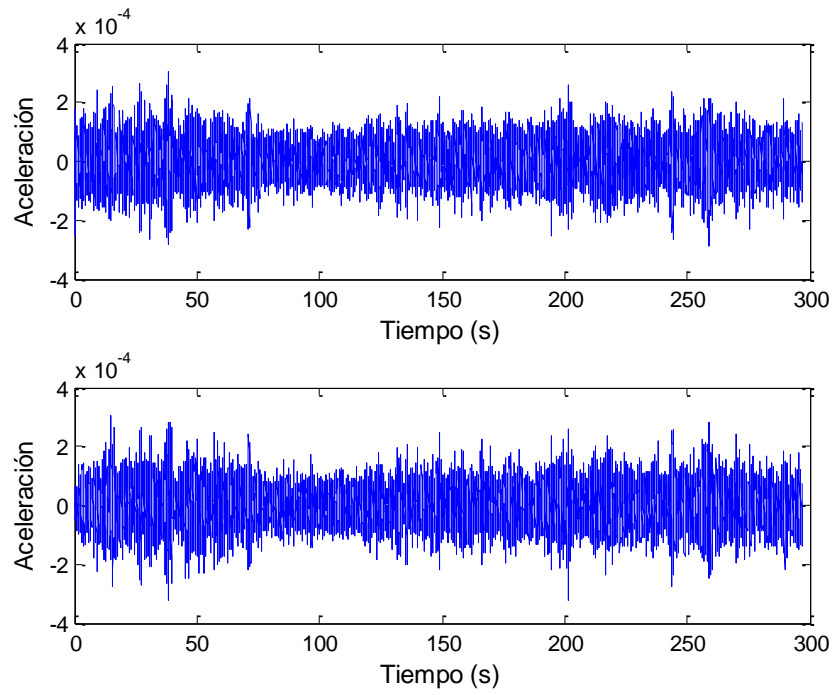


Figura 7.10. Mediciones 17 y 19.

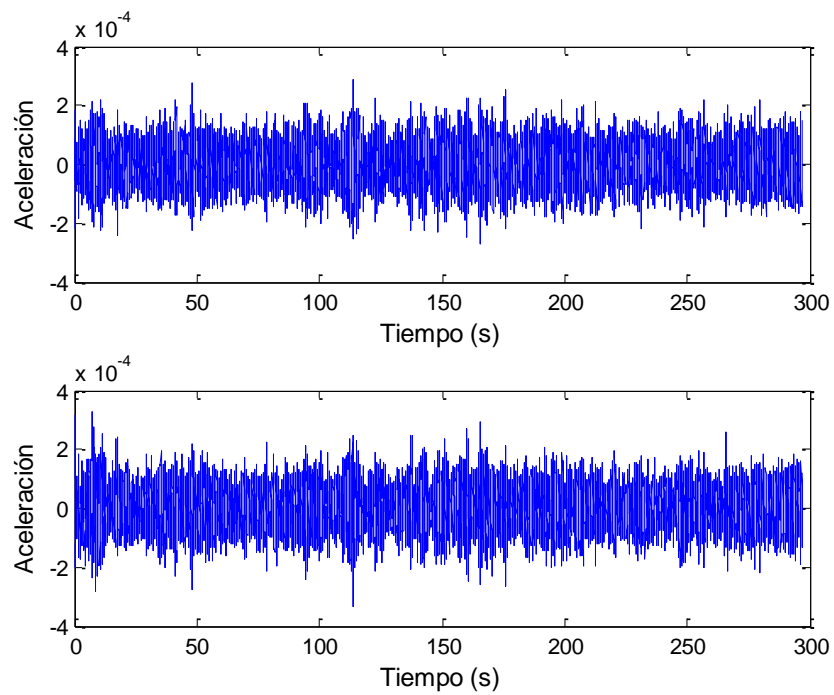


Figura 7.11. Mediciones 18 y 20.

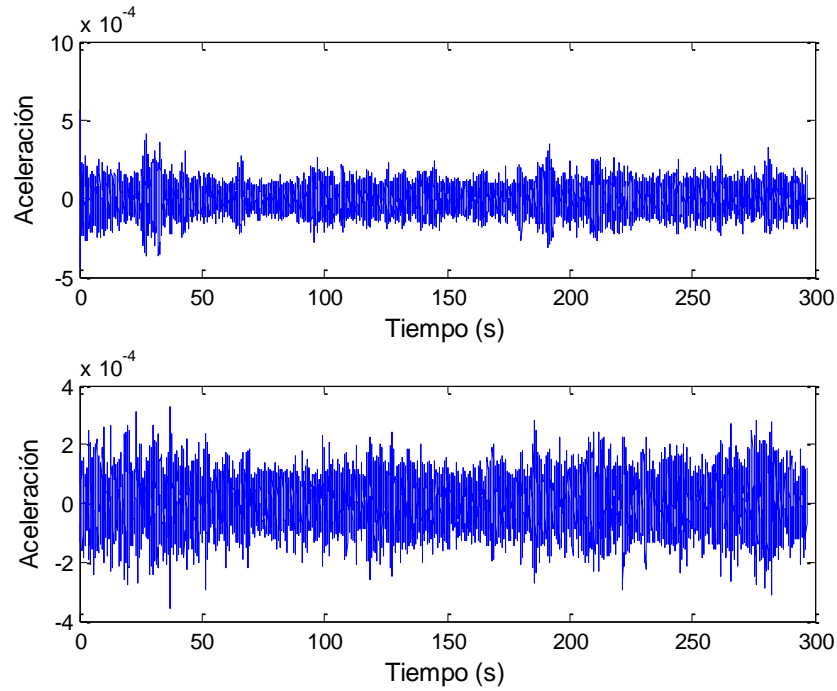


Figura 7.12. Mediciones 21 y 23.

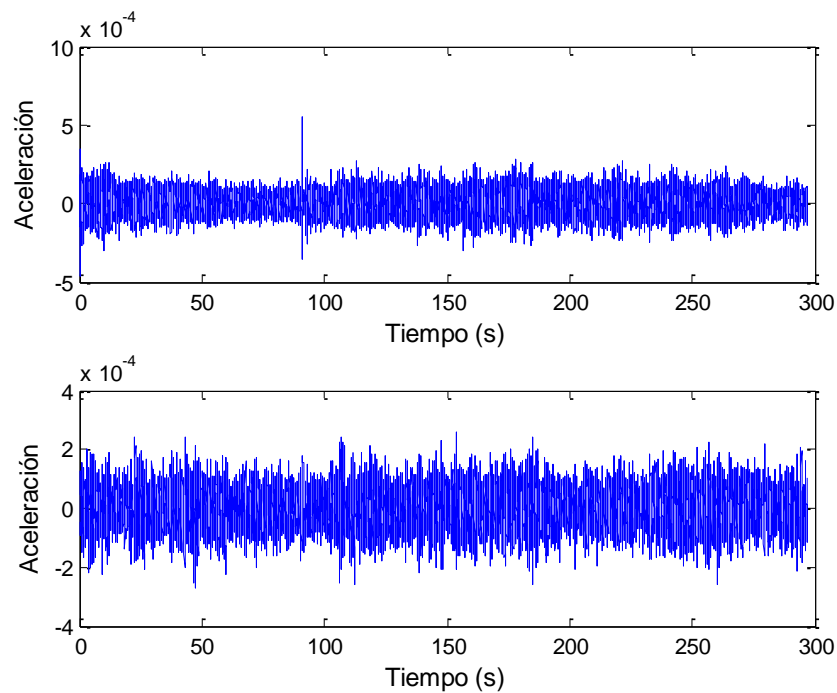


Figura 7.13. Mediciones 22 y 24.

Posteriormente, se identificaron las frecuencias naturales de la estructura, mediante la selección de picos de las gráficas de la respuesta en el dominio de la frecuencia, de acuerdo a la metodología descrita en el capítulo 4.

7.2 Análisis espectral

En la Figura 7.14 se observan dos frecuencias naturales encontradas en la medición 1, 3.375 Hz y 4.688 Hz

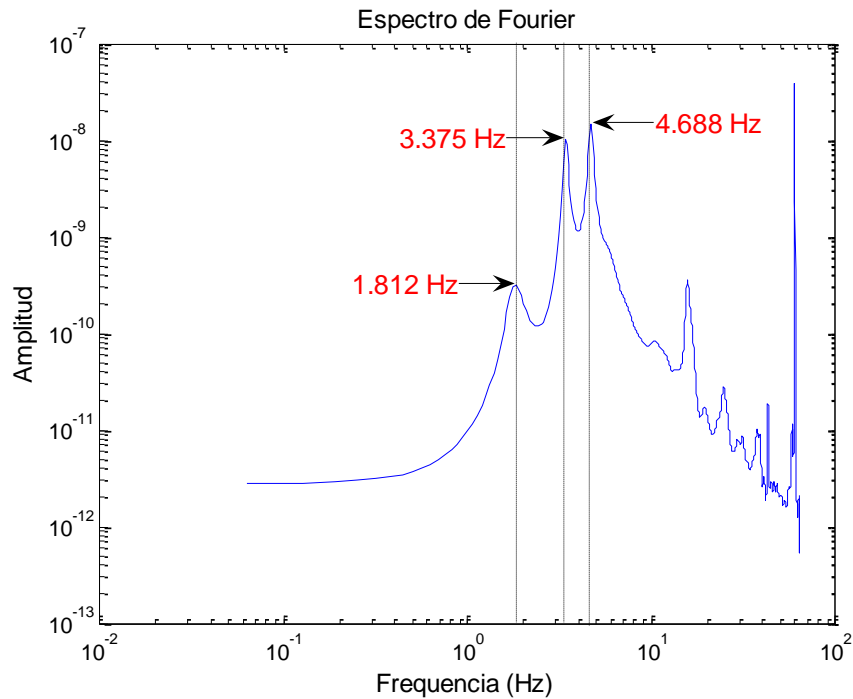


Figura 7.14. Frecuencias naturales encontradas en la medición 1.

En la Figura 7.15 se observan dos frecuencias naturales encontradas en la medición 2, 3.375 Hz y 4.688 Hz

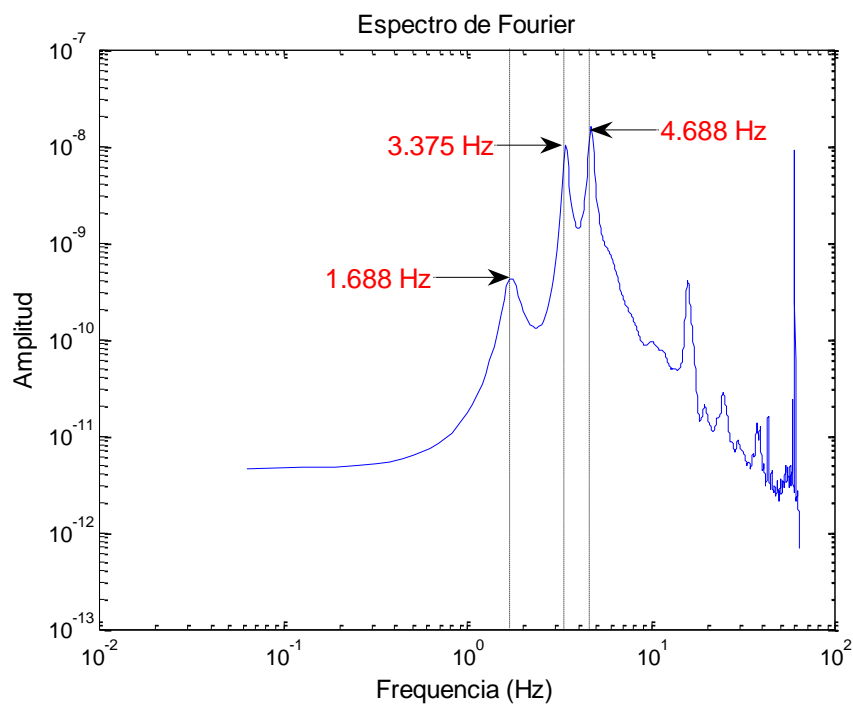


Figura 7.15. Frecuencias naturales encontradas en la medición 2.

En la Figura 7.16 se observan dos frecuencias naturales encontradas en la medición 3, 3.375 Hz y 4.75 Hz

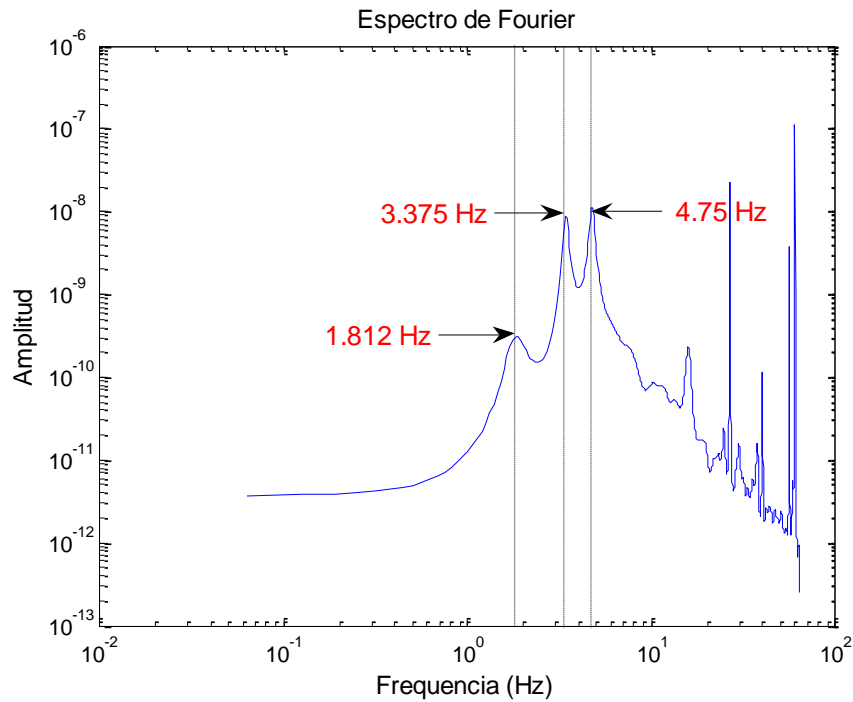


Figura 7.16. Frecuencias naturales encontradas en la medición 3.

En la Figura 7.17 se observan dos frecuencias naturales encontradas en la medición 4, 3.375 Hz y 4.75 Hz

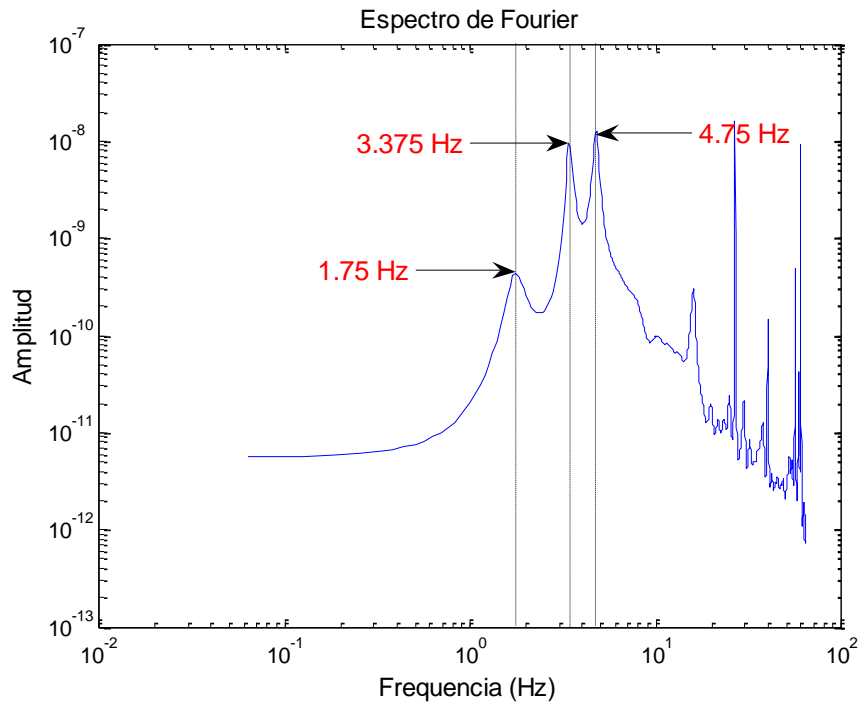


Figura 7.17. Frecuencias naturales encontradas en la medición 4.

En la Figura 7.18 se observan dos frecuencias naturales encontradas en la medición 5, 3.375 Hz y 4.688 Hz

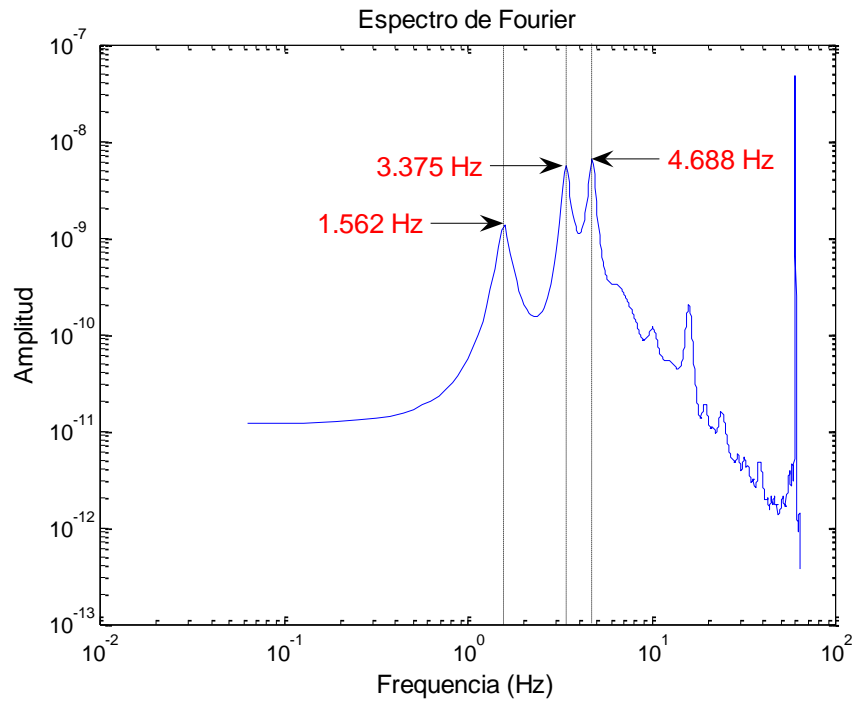


Figura 7.18. Frecuencias naturales encontradas en la medición 5.

En la Figura 7.19 se observa una frecuencia natural encontrada en la medición 6, 3.375 Hz

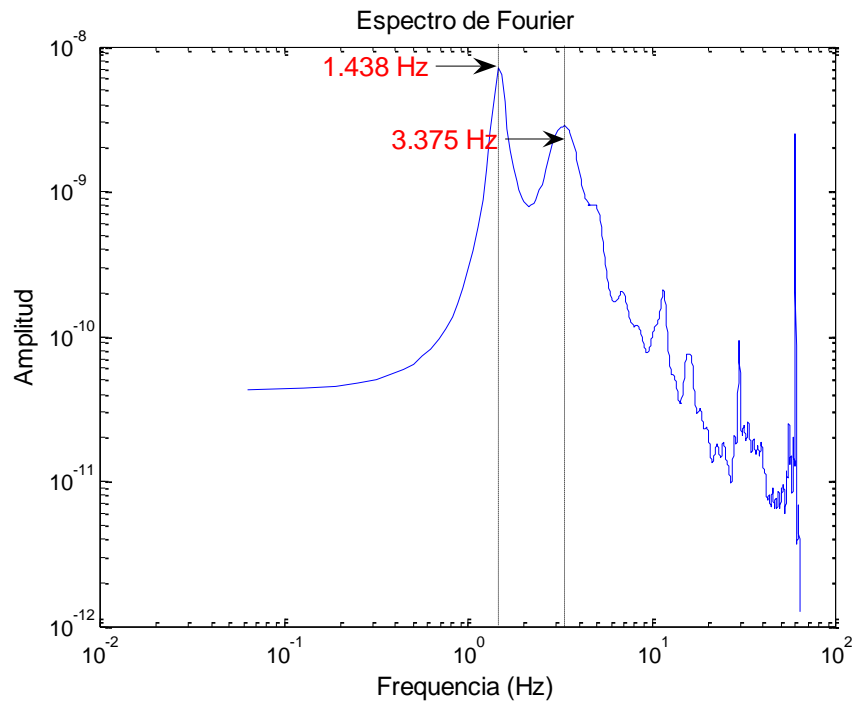


Figura 7.19. Frecuencias naturales encontradas en la medición 6.

En la Figura 7.20 se observan dos frecuencias naturales encontradas en la medición 7, 3.375 Hz y 4.75 Hz

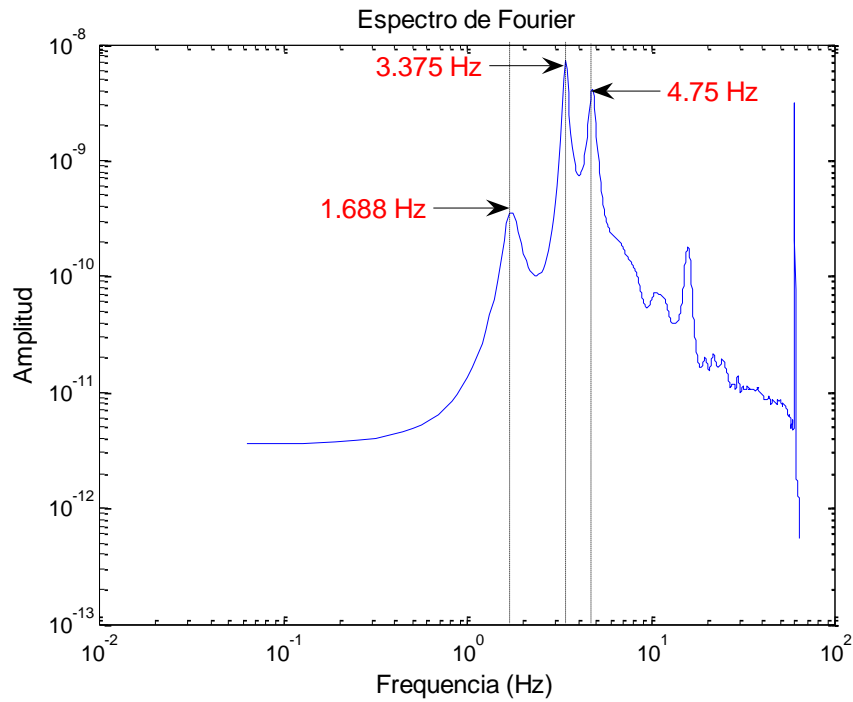


Figura 7.20. Frecuencias naturales encontradas en la medición 7.

En la Figura 7.21 se observa una frecuencia natural encontrada en la medición 8, 3.25 Hz

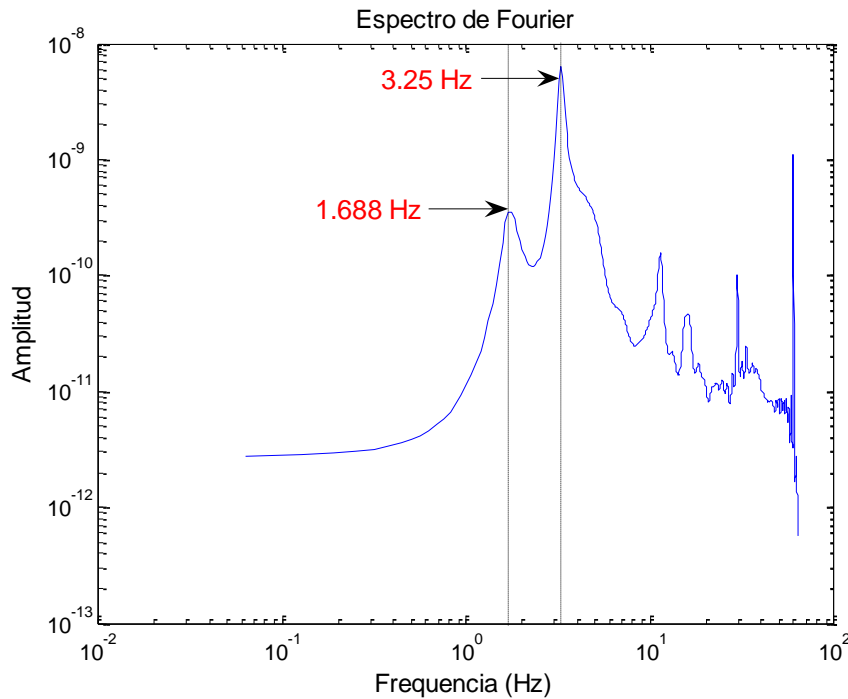


Figura 7.21. Frecuencias naturales encontradas en la medición 8.

En la Figura 7.22 se observan tres frecuencias naturales encontradas en la medición 9, 3.375 Hz, 4.875 Hz y 6.75 Hz

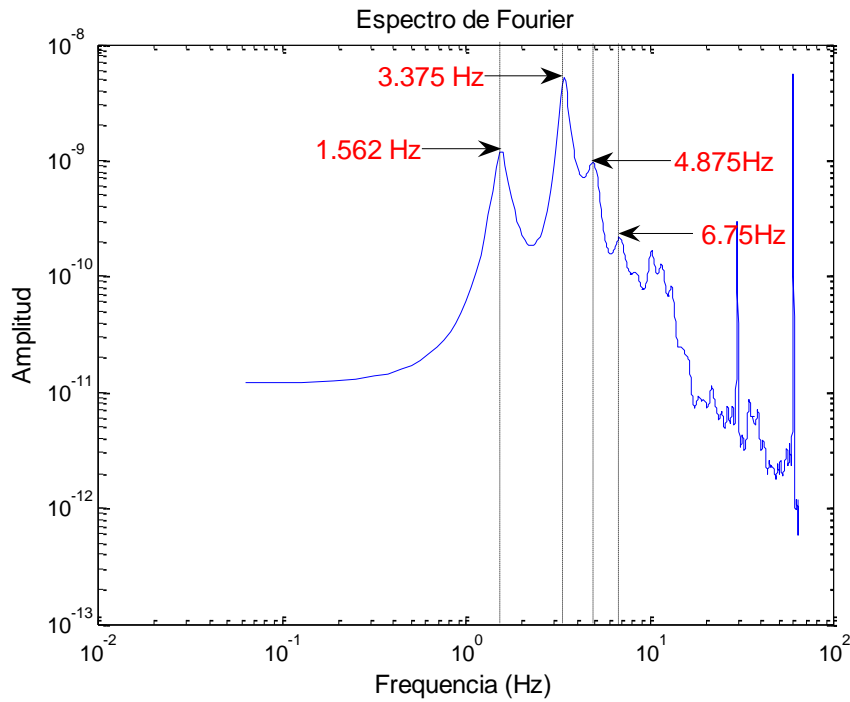


Figura 7.22. Frecuencias naturales encontradas en la medición 9.

En la Figura 7.23 se observan tres frecuencias naturales encontradas en la medición 10, 3.375 Hz, 4.875 Hz y 6.75 Hz

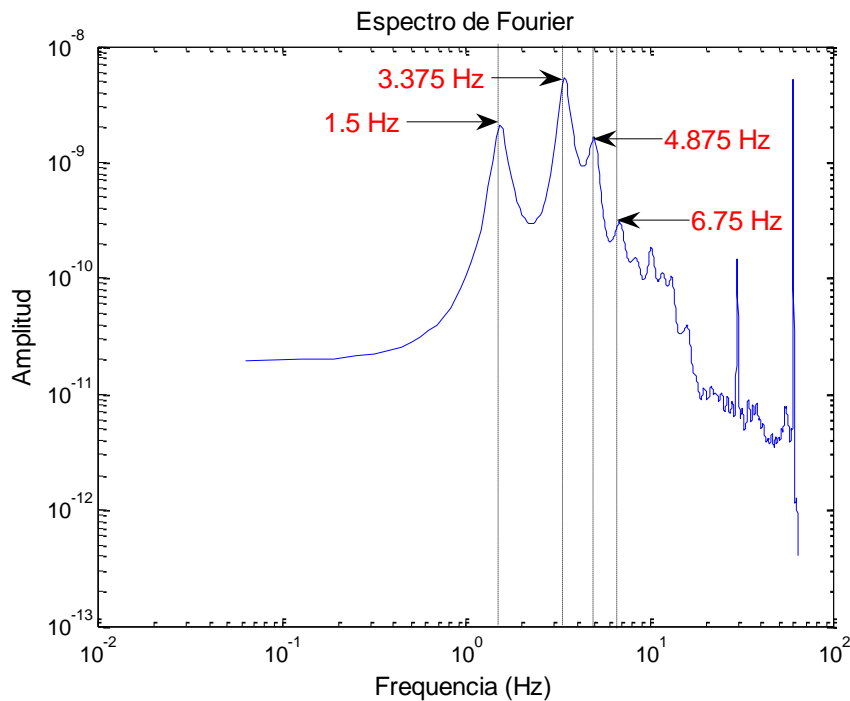


Figura 7.23. Frecuencias naturales encontradas en la medición 10.

En la Figura 7.24 se observan tres frecuencias naturales encontradas en la medición 11, 3.375 Hz, 4.875 Hz y 6.375 Hz

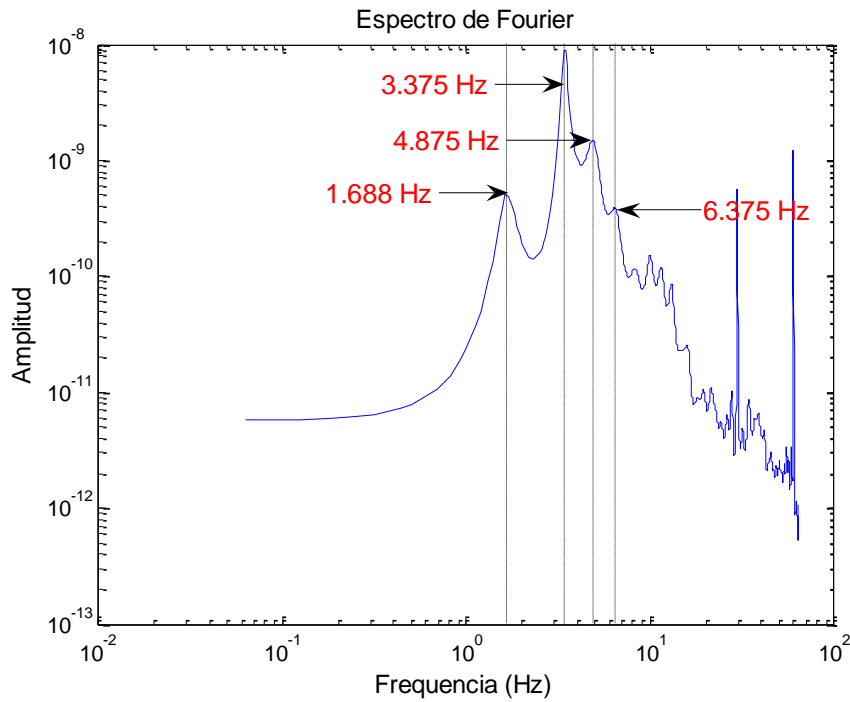


Figura 7.24. Frecuencias naturales encontradas en la medición 11.

En la Figura 7.25 se observan tres frecuencias naturales encontradas en la medición 12, 3.375 Hz, 4.75 Hz y 6.375 Hz

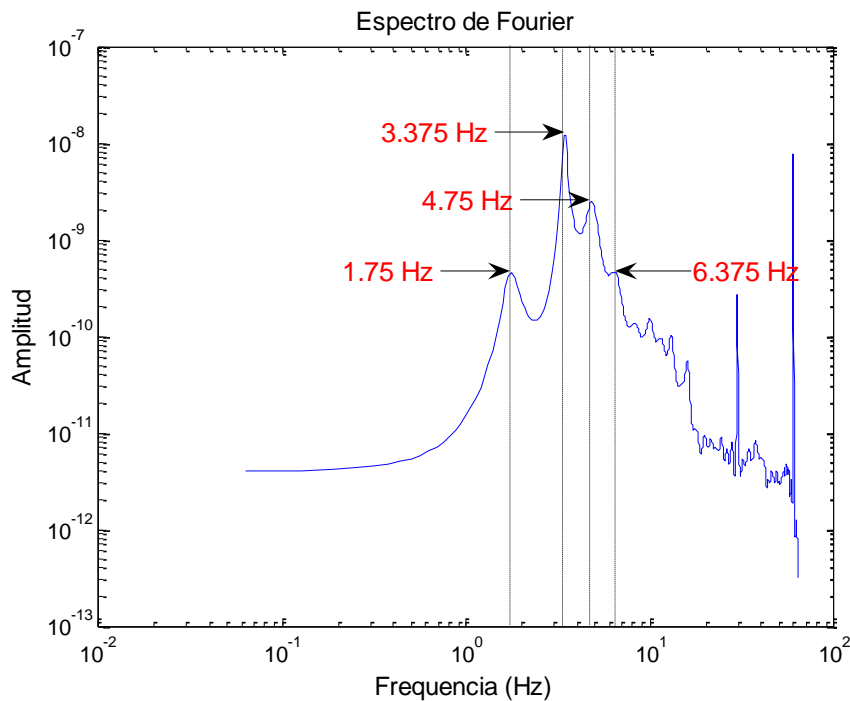


Figura 7.25. Frecuencias naturales encontradas en la medición 12.

En la Figura 7.26 se observan tres frecuencias naturales encontradas en la medición 13, 3.375 Hz, 4.875 Hz y 6.438 Hz

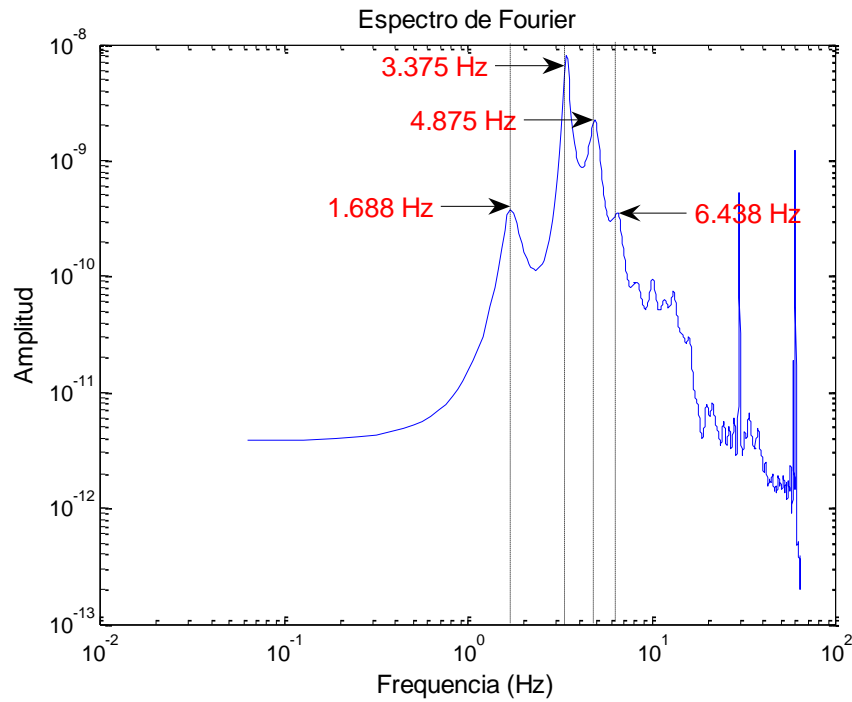


Figura 7.26. Frecuencias naturales encontradas en la medición 13.

En la Figura 7.27 se observan dos frecuencias naturales encontradas en la medición 14, 3.375 Hz y 5.188 Hz

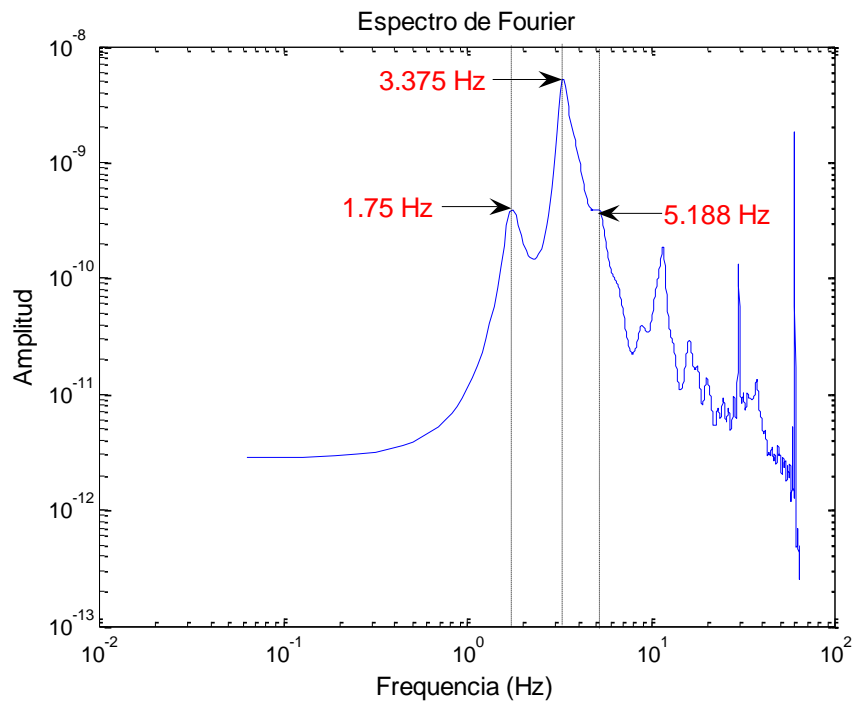


Figura 7.27. Frecuencias naturales encontradas en la medición 14.

En la Figura 7.28 se observan tres frecuencias naturales encontradas en la medición 15, 3.375 Hz, 4.875 Hz y 6.625 Hz

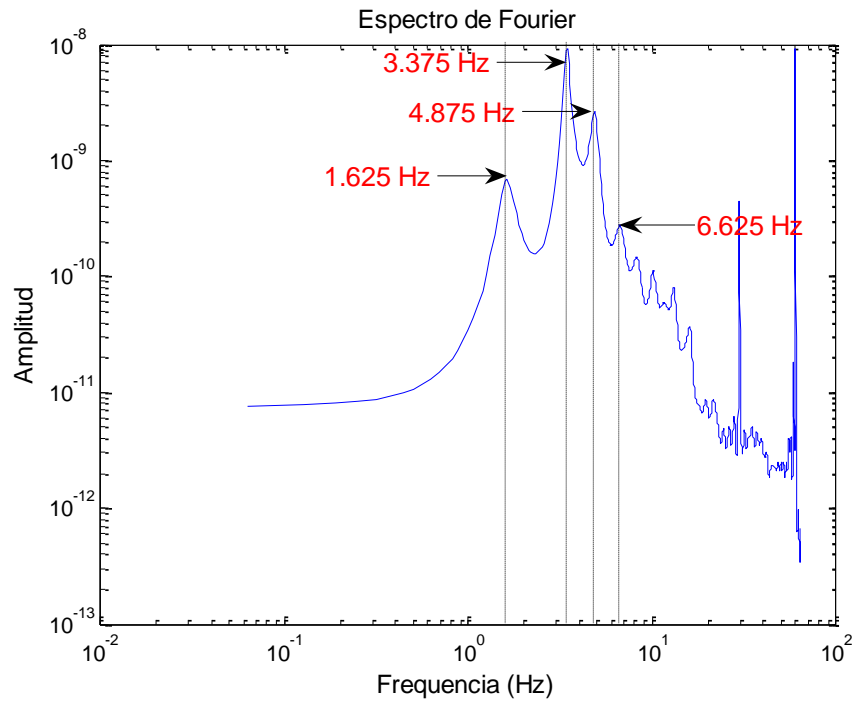


Figura 7.28. Frecuencias naturales encontradas en la medición 15.

En la Figura 7.29 se observa una frecuencia natural encontrada en la medición 16, 3.325 Hz

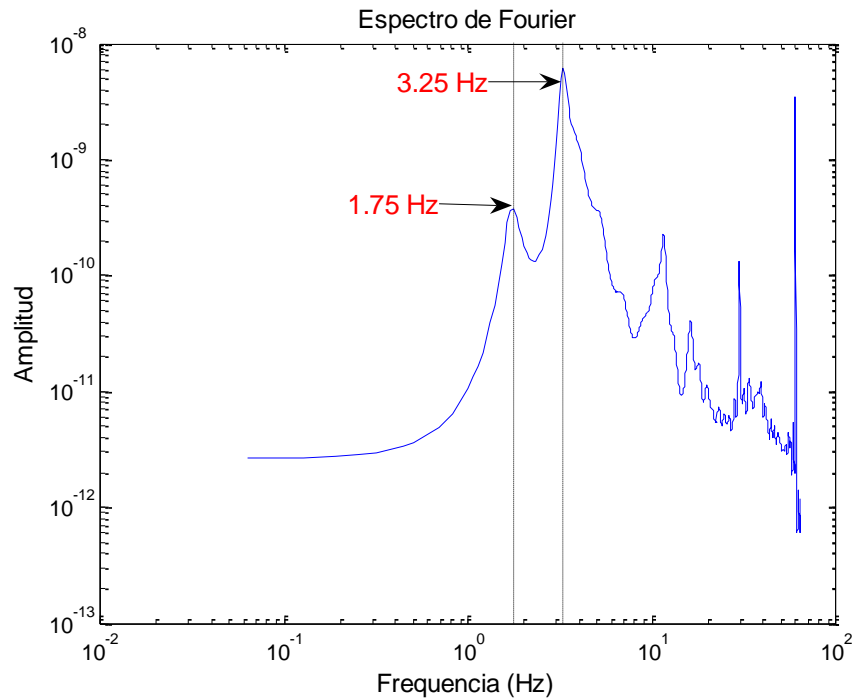


Figura 7.29. Frecuencias naturales encontradas en la medición 16.

En la Figura 7.30 se observan tres frecuencias naturales encontradas en la medición 17, 3.563 Hz, 5.625 Hz y 6.625 Hz

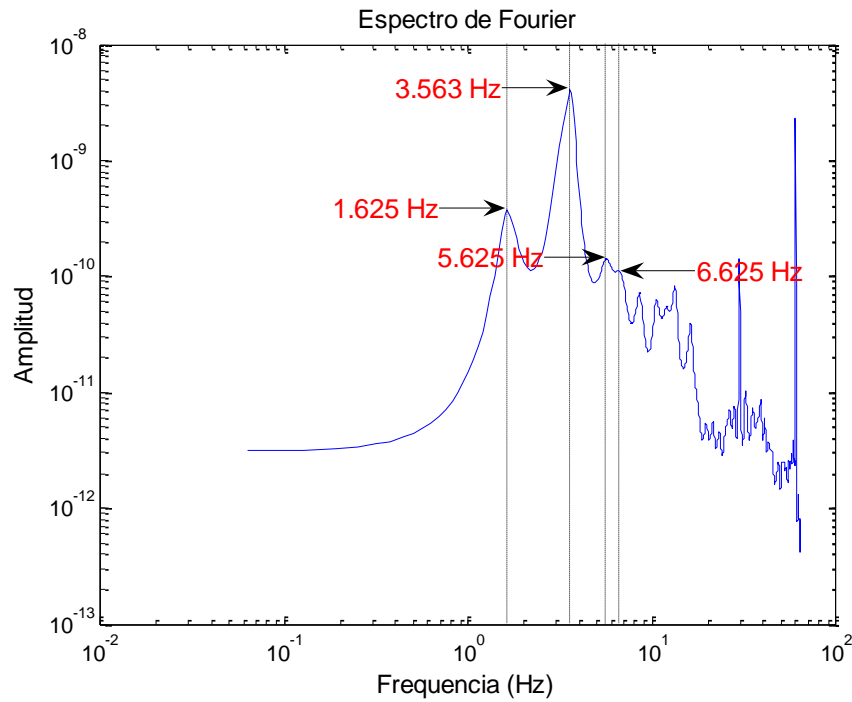


Figura 7.30. Frecuencias naturales encontradas en la medición 17.

En la Figura 7.31 se observan tres frecuencias naturales encontradas en la medición 18, 3.563 Hz, 5.625 Hz y 6.625 Hz

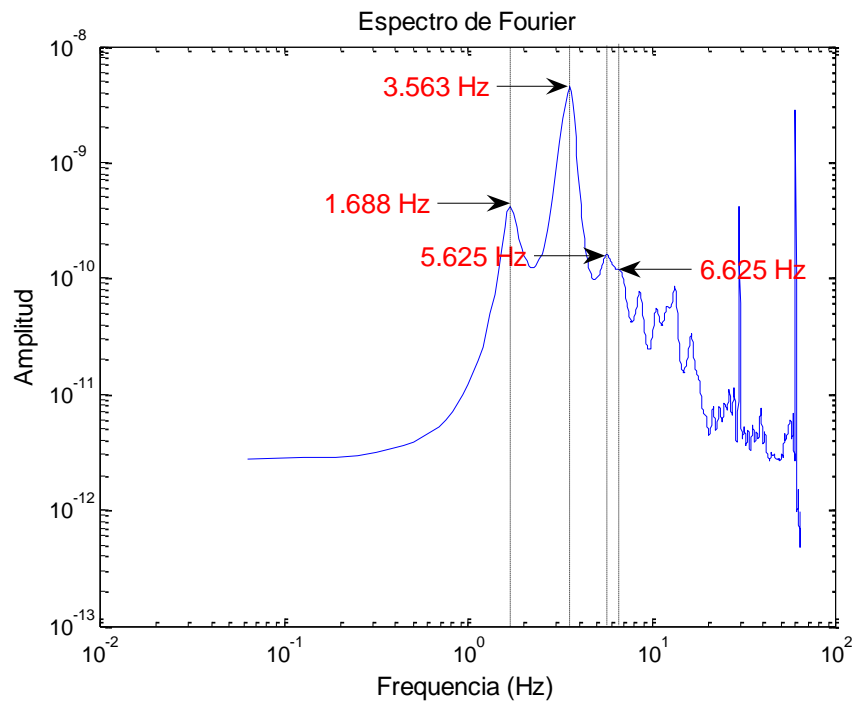


Figura 7.31. Frecuencias naturales encontradas en la medición 18.

En la Figura 7.32 se observan dos frecuencias naturales encontradas en la medición 19, 3.437 Hz y 5.625 Hz

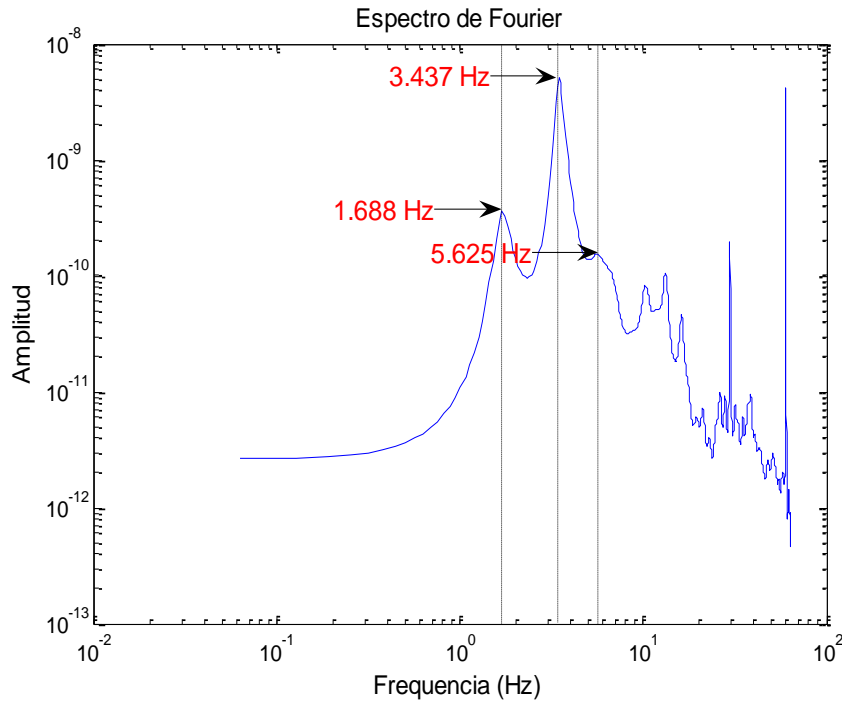


Figura 7.32. Frecuencias naturales encontradas en la medición 19.

En la Figura 7.33 se observan dos frecuencias naturales encontradas en la medición 20, 3.437 Hz y 5.625 Hz

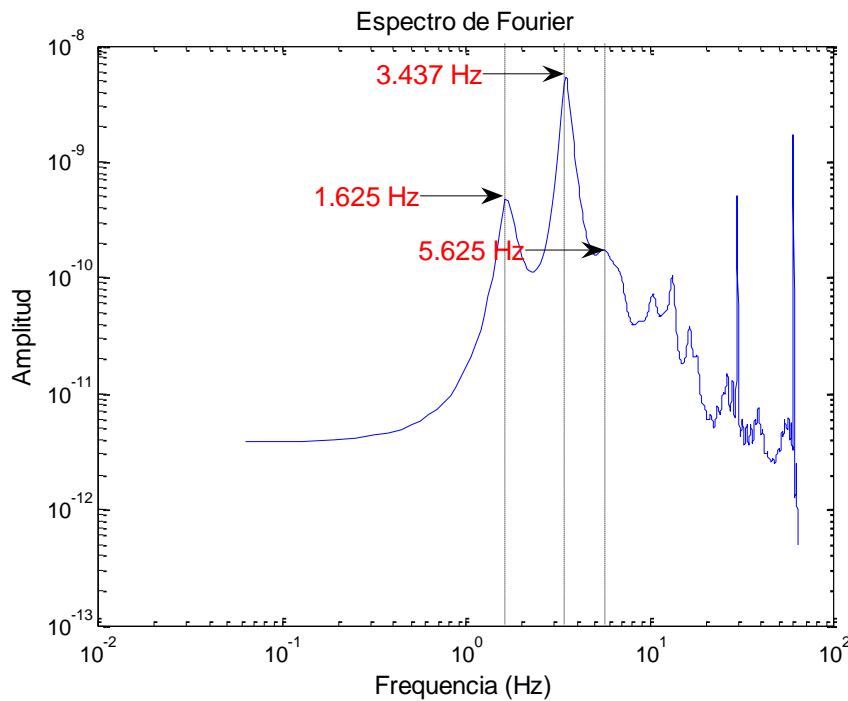


Figura 7.33. Frecuencias naturales encontradas en la medición 20.

En la Figura 7.34 se observan tres frecuencias naturales encontradas en la medición 21, 3.563 Hz, 5.625 Hz y 6.625 Hz

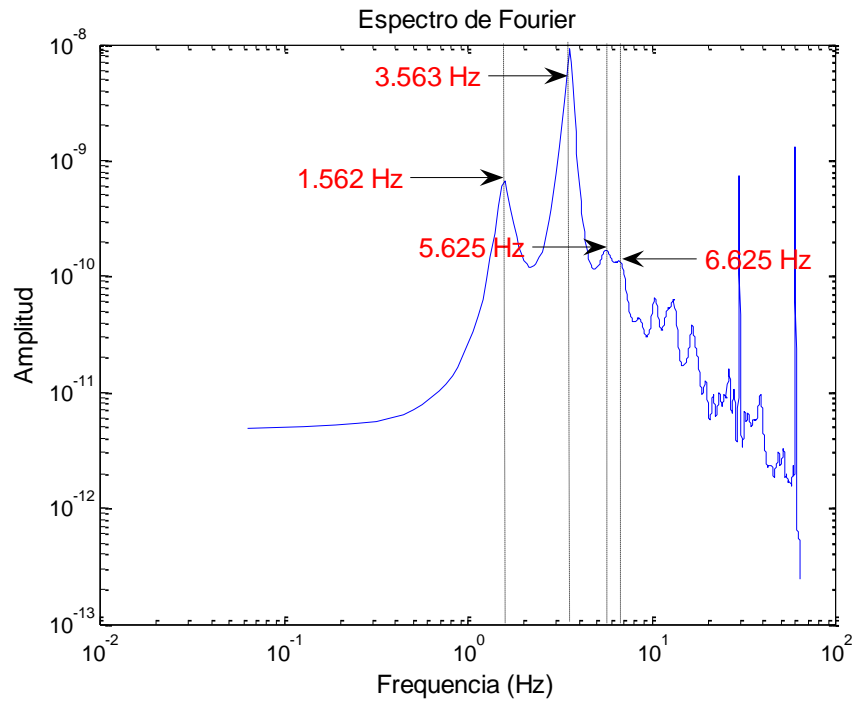


Figura 7.34. Frecuencias naturales encontradas en la medición 21.

En la Figura 7.35 se observa una frecuencia natural encontrada en la medición 22, 3.563 Hz, 5.625 Hz y 6.625 Hz

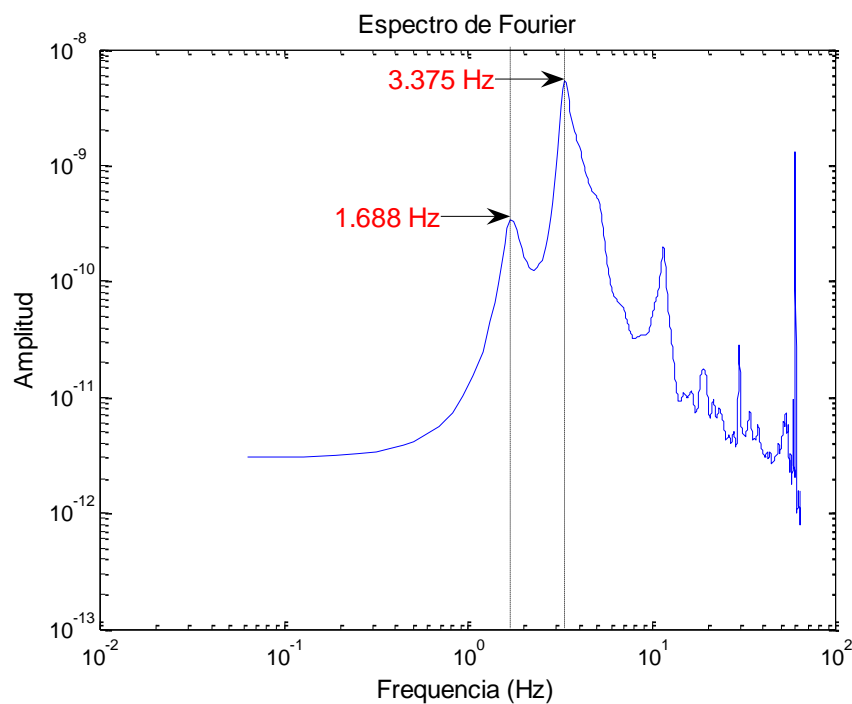


Figura 7.35. Frecuencias naturales encontradas en la medición 22.

En la Figura 7.36 se observan dos frecuencias naturales encontradas en la medición 23, 3.5 Hz y 5.75 Hz

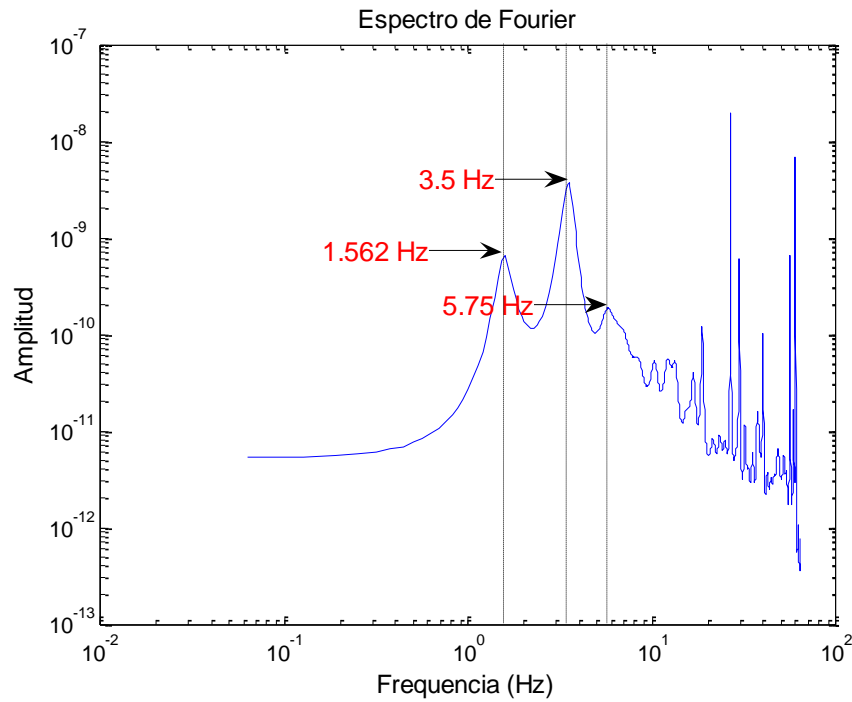


Figura 7.36. Frecuencias naturales encontradas en la medición 23.

En la Figura 7.37 se observan dos frecuencias naturales encontradas en la medición 24, 3.313 Hz y 5.125 Hz

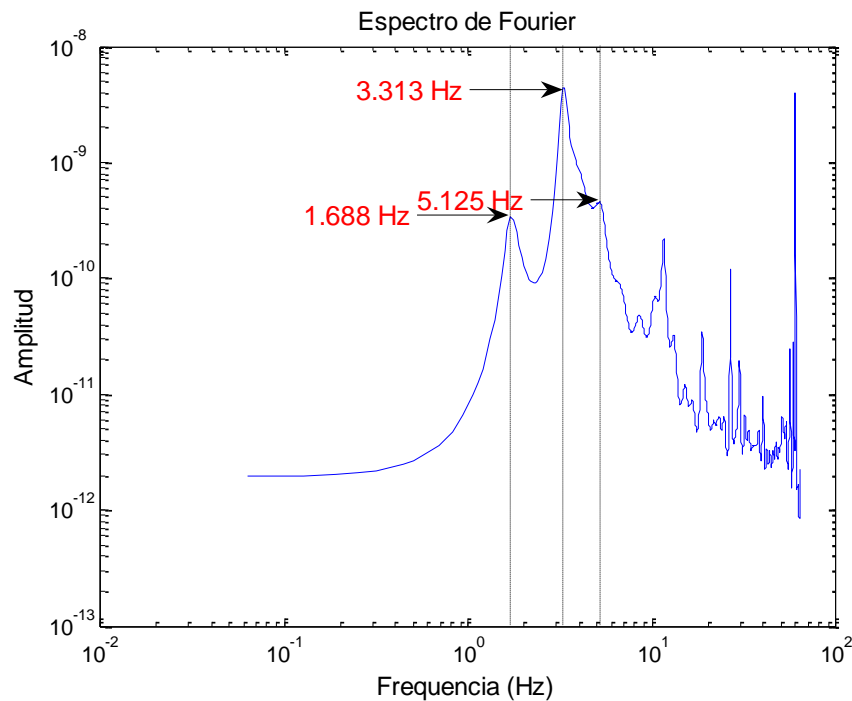


Figura 7.37. Frecuencias naturales encontradas en la medición 24.

7.3 Resultados

De los resultados observados, se puede notar que las frecuencias encontradas en las pruebas en terreno libre (1.625 Hz, 1.688Hz, 2.875 Hz, 4.5 Hz) son de amplitud importante, por lo que son excluidas. El resto se consideran como frecuencias de vibración de la estructura. En la Tabla 7.1 se presenta un resumen de las frecuencias naturales encontradas y las formas modales a las que corresponden.

Tabla 7.1. Tabla de resumen de frecuencias naturales (Hz).

Medición	Modo 1	Modo 2	Modo 3	Modo 4
1	3.375	4.688		
2	3.375	4.688		
3	3.375	4.75		
4	3.375	4.75		
5	3.375	4.688		
6	3.375			
7	3.375	4.75		
8	3.25			
9	3.375	4.875		6.75
10	3.375	4.875		6.75
11	3.375	4.875		6.375
12	3.375	4.75		6.375
13	3.375	4.875		6.438
14	3.375		5.188	
15	3.375	4.875		6.625
16	3.25			
17	3.563		5.625	6.625
18	3.563		5.625	6.625
19	3.437		5.625	
20	3.437		5.625	
21	3.563		5.625	6.625
22	3.375			
23	3.5		5.75	
24	3.313		5.125	

De esta Tabla se puede notar que el primer modo es observable en todas las mediciones, probablemente debido a que es la que tiene mayor amplitud de vibraciones y una pequeña desviación del sensor podría hacer posible reconocer esta frecuencia.

El segundo modo es observable en 12 de las mediciones, 10 de ellas (1 a la 5 y del 9 a la 13) en dirección transversal de la estructura. Sin embargo no era posible observarlo en los sensores cercanos al centroide de la planta de azotea (17 a la 22).

Un tercer modo es observable en 8 de las 24 mediciones, en las posiciones más cercanas al centroide de la planta de azotea. El cuarto modo es observable en 9 de las 24 mediciones.

En la Tabla 7.2 se presentan los periodos correspondientes a las frecuencias mostradas anteriormente. Además, se presentan la media, la desviación estándar y el coeficiente de variación de dichas mediciones para conocer el grado de precisión de los resultados obtenidos.

Tabla 7.2. Tabla de resumen de periodos (s).

Medición	Modo 1	Modo 2	Modo 3	Modo 4
1	0.296	0.213		
2	0.296	0.213		
3	0.296	0.211		
4	0.296	0.211		
5	0.296	0.213		
6	0.296			
7	0.296	0.211		
8	0.308			
9	0.296	0.205		0.148
10	0.296	0.205		0.148
11	0.296	0.205		0.157
12	0.296	0.211		0.157
13	0.296	0.205		0.155
14	0.296		0.193	
15	0.296	0.205		0.151
16	0.308			
17	0.281		0.178	0.151
18	0.281		0.178	0.151
19	0.291		0.178	
20	0.291		0.178	
21	0.281		0.178	0.151
22	0.296			
23	0.286		0.174	
24	0.302		0.195	
Media	0.295	0.209	0.181	0.152
σ	0.0069	0.0034	0.0074	0.0032
C.V	0.0233	0.0163	0.0408	0.0211

En la Tabla 7.2 se puede observar que de las mediciones realizadas el primer modo tiene como media un periodo de $\mu=0.295s$ con desviación estándar $\sigma=0.0069$ y coeficiente de variación 0.0233. El segundo modo tiene como media un periodo de $\mu=0.209s$ con desviación estándar $\sigma=0.0034$ y coeficiente de variación 0.0163. El tercer modo tiene como media un periodo de $\mu=0.181s$ con desviación estándar $\sigma=0.0074$ y coeficiente de variación 0.0408. El cuarto modo tiene como media un periodo de $\mu=0.152s$ con desviación estándar $\sigma=0.0032$ y coeficiente de variación 0.0211.

De las mediciones obtenidas, el coeficiente de variación tiene valores entre 0.0163 y 0.0408, por lo tanto, los resultados no son dispersos.

Capítulo 8

Instrumentación inalámbrica

8.1 Registros de las mediciones.

Se realizó la instrumentación al edificio P4, se utilizó el procedimiento de Pan-Cherng para determinar la posición óptima de los sensores. Se empleó en este procedimiento un número posible de sensores de 12 sobre de 216 posiciones disponibles dentro de la estructura (correspondientes a 72 nodos cada con 3 posibles direcciones, como se describe en el modelo 5 del capítulo 3).

Se utilizaron 4 nodos ensamblados tipo Imote2 y SHM-A y un nodo de enlace tipo Imote2. Dado que los sensores utilizados son capaces de medir en tres direcciones (x , y y z), se decidió utilizar los datos obtenidos en las direcciones x y y en cada localización del sensor. Se realizó 24 mediciones, cada una de 5 minutos, todas realizadas en la planta de azotea. En la Figura 8.1 se muestra esquemáticamente la posición y dirección de cada medición realizada.

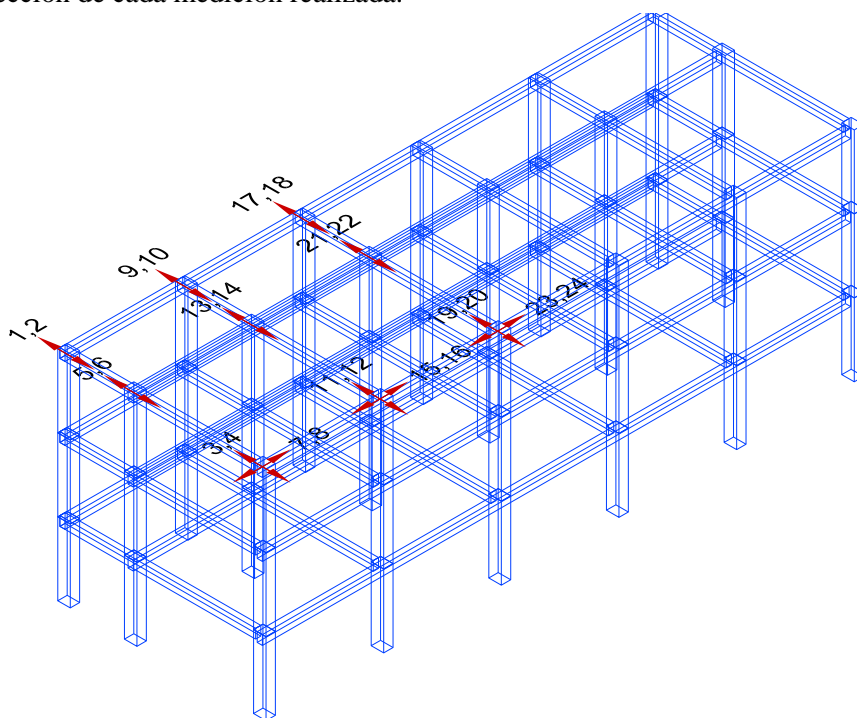


Figura 8.1. Ubicación óptima encontrada para el modelo 6.

En las Figuras 8.2 a la 8.19 se muestran los acelerogramas recolectados (unidades en mg).

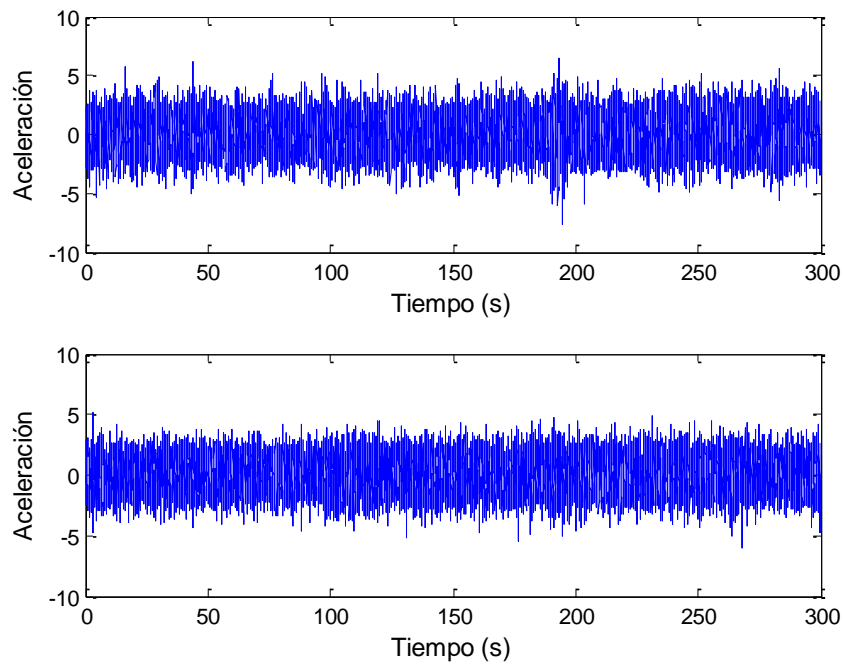


Figura 8.2. Mediciones 1 y 2.

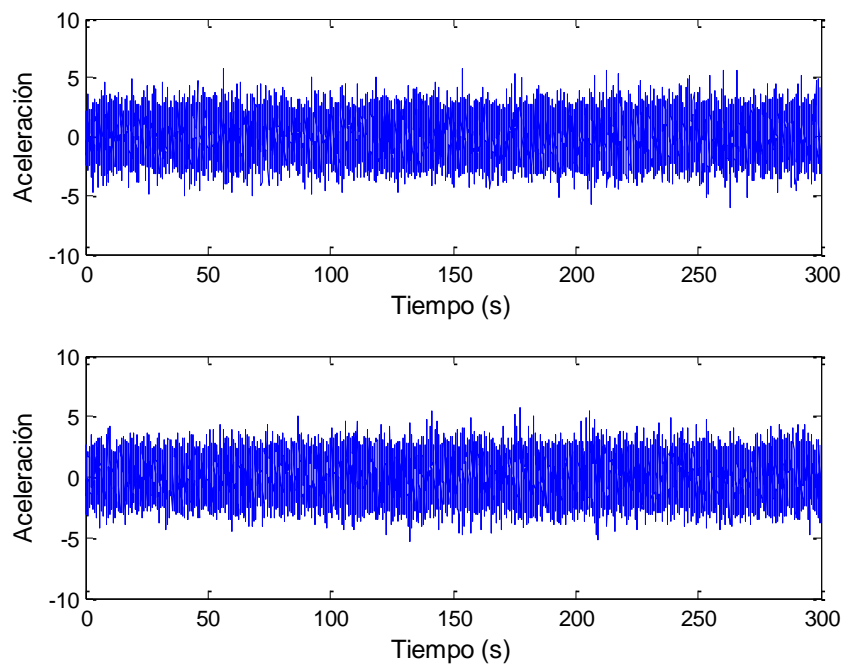


Figura 8.3. Mediciones 3 y 4.

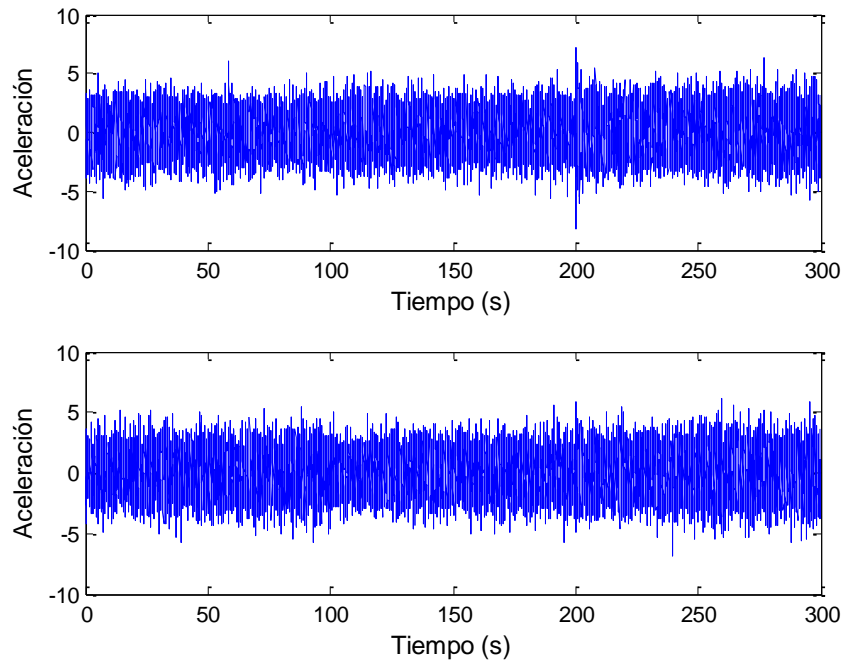


Figura 8.4. Mediciones 5 y 6.

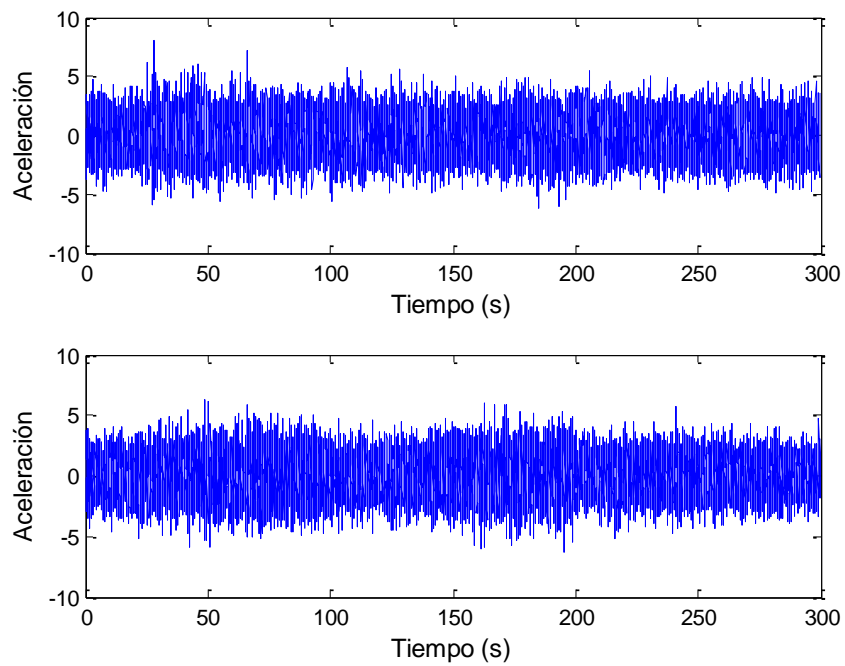


Figura 8.5. Mediciones 7 y 8.

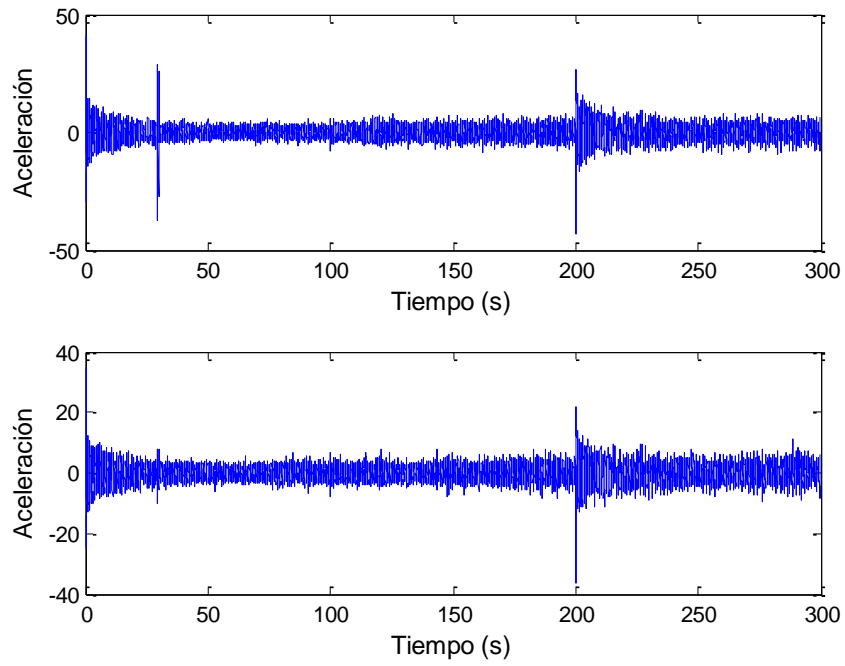


Figura 8.6. Mediciones 9 y 10.

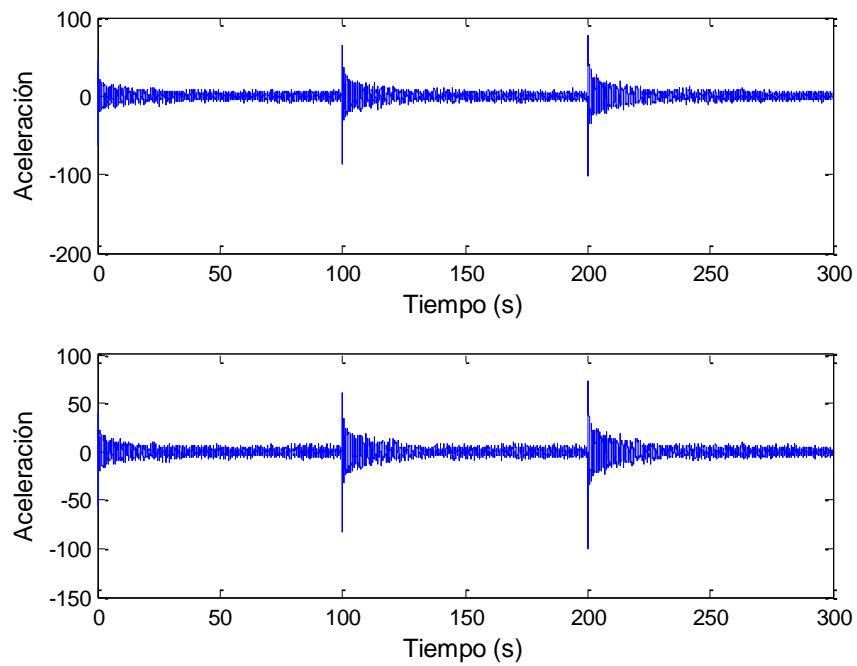


Figura 8.7. Mediciones 11 y 12.

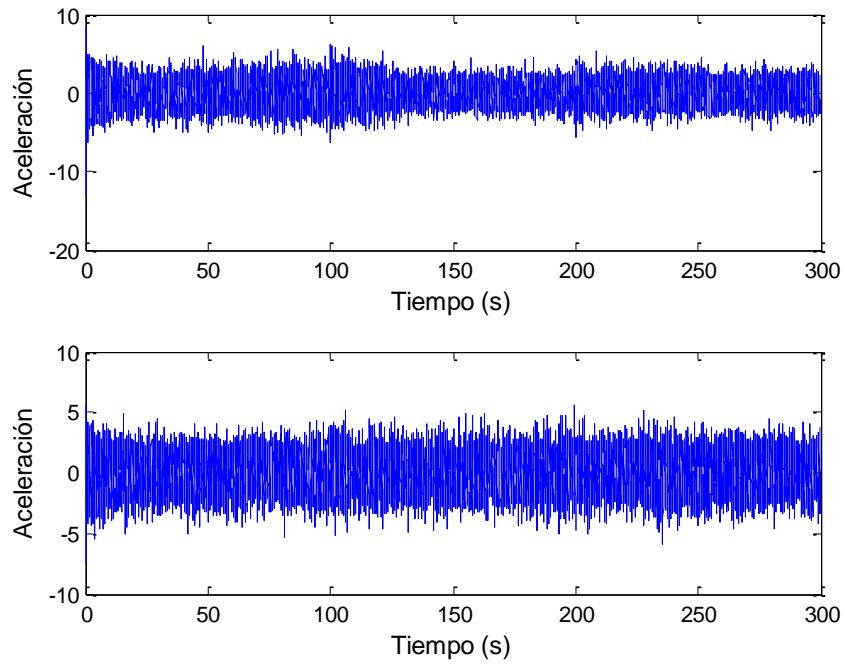


Figura 8.8. Mediciones 13 y 14.

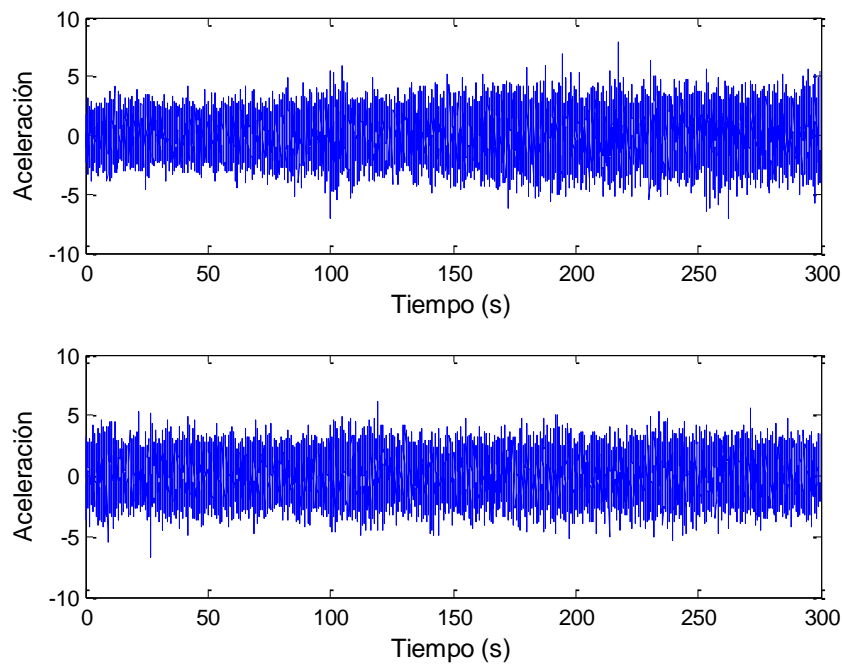


Figura 8.9. Mediciones 15 y 16.

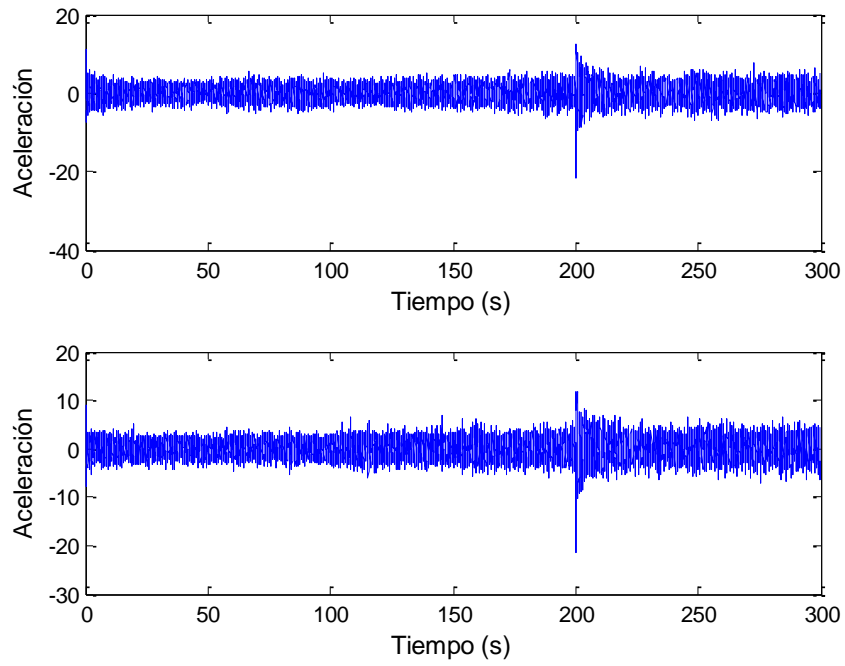


Figura 8.10. Mediciones 17 y 18.

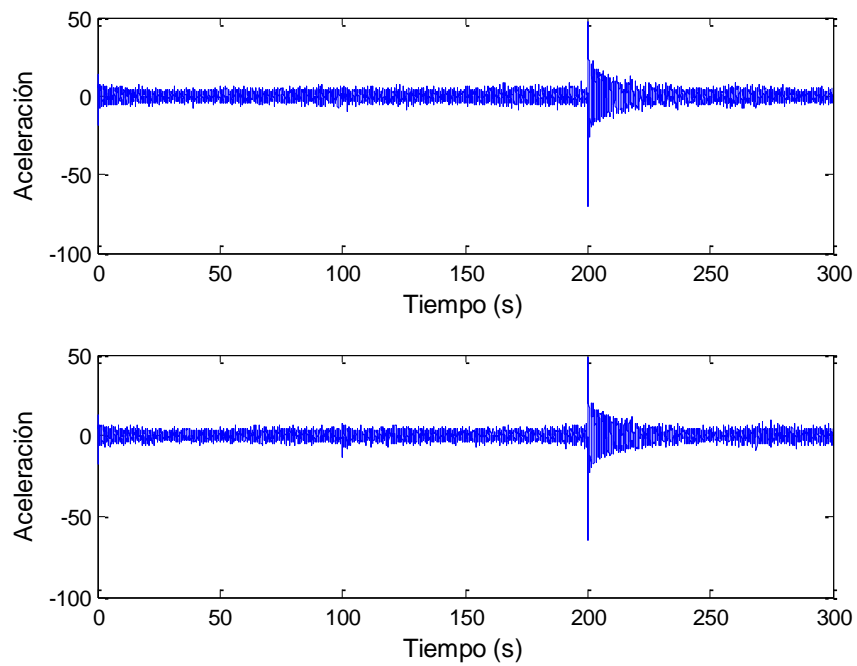


Figura 8.11. Mediciones 19 y 20.

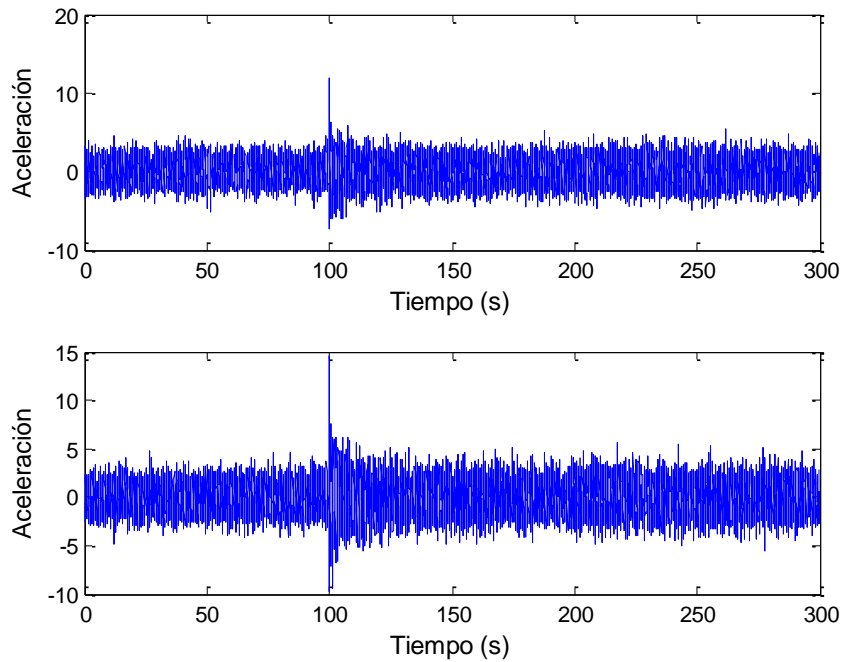


Figura 8.12. Mediciones 21 y 22.

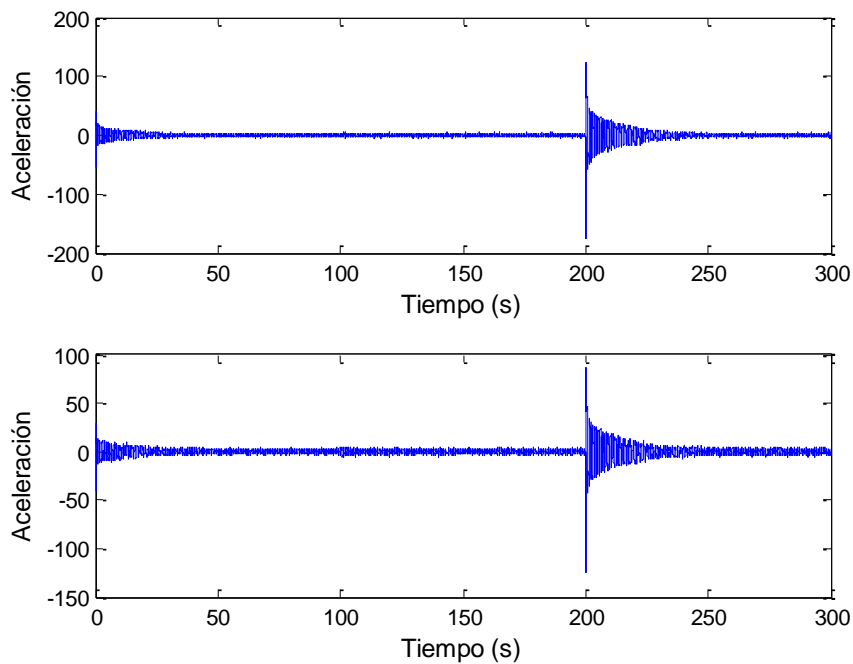


Figura 8.13. Mediciones 23 y 24.

8.2 Análisis espectral.

Posteriormente, se identificaron las frecuencias naturales de la estructura, mediante la selección de picos de las gráficas de la respuesta en el dominio de la frecuencia, de acuerdo a la metodología descrita en el capítulo 4. En la Figura 8.14 se observan dos frecuencias naturales encontradas en la medición 1, 3.418 Hz, 4.59 Hz

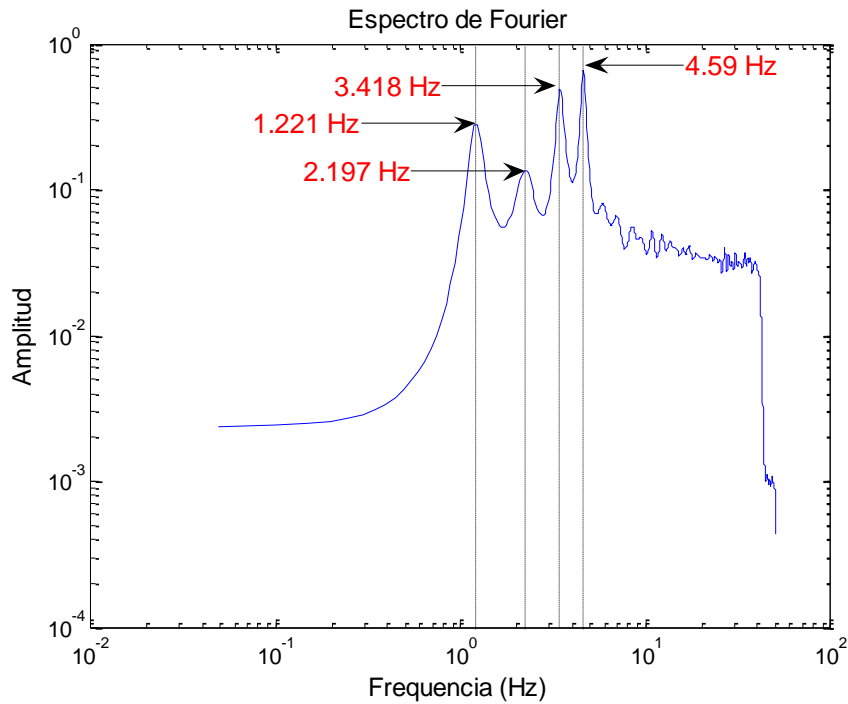


Figura 8.14. Frecuencias naturales encontradas en la medición 1.

En la Figura 8.15 se observan tres frecuencias naturales encontradas en la medición 2, 3.418 Hz, 4.639 Hz, 5.811 Hz

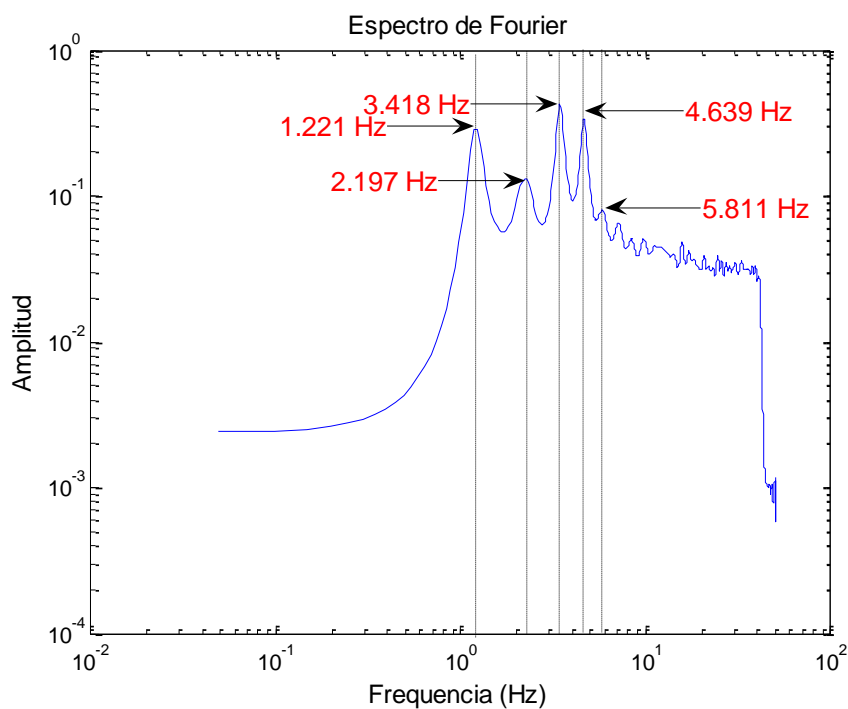


Figura 8.15. Frecuencias naturales encontradas en la medición 2.

En la Figura 8.16 se observan dos frecuencias naturales encontradas en la medición 3, 3.174 Hz, 4.59 Hz.

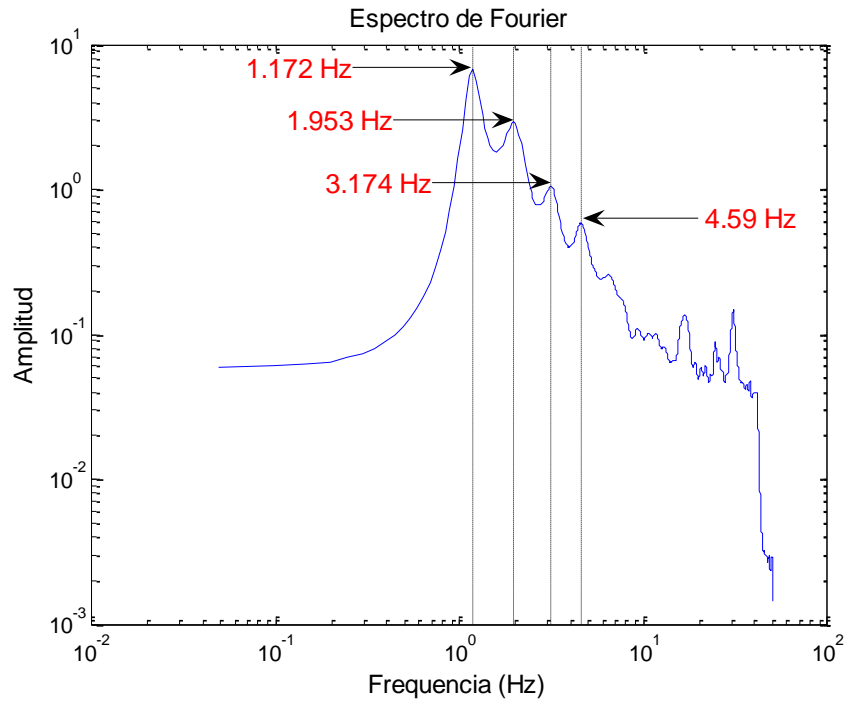


Figura 8.16. Frecuencias naturales encontradas en la medición 3.

En la Figura 8.17 se observan cuatro frecuencias naturales encontradas en la medición 4, 3.027 Hz, 4.248 Hz, 5.566 Hz, 6.592 Hz.

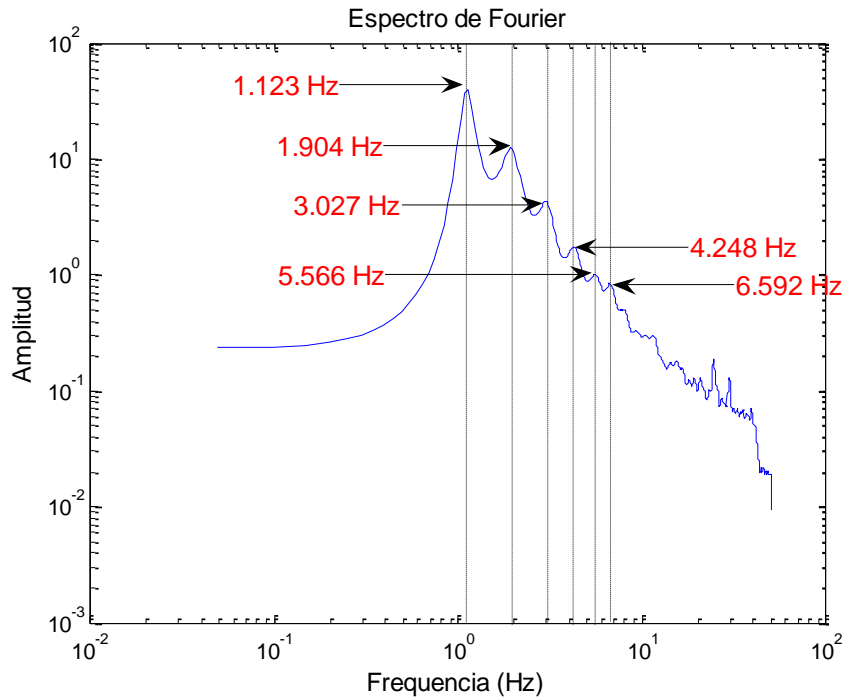


Figura 8.17. Frecuencias naturales encontradas en la medición 4.

En la Figura 8.18 se observan dos frecuencias naturales encontradas en la medición 5, 3.418 Hz, 4.688 Hz

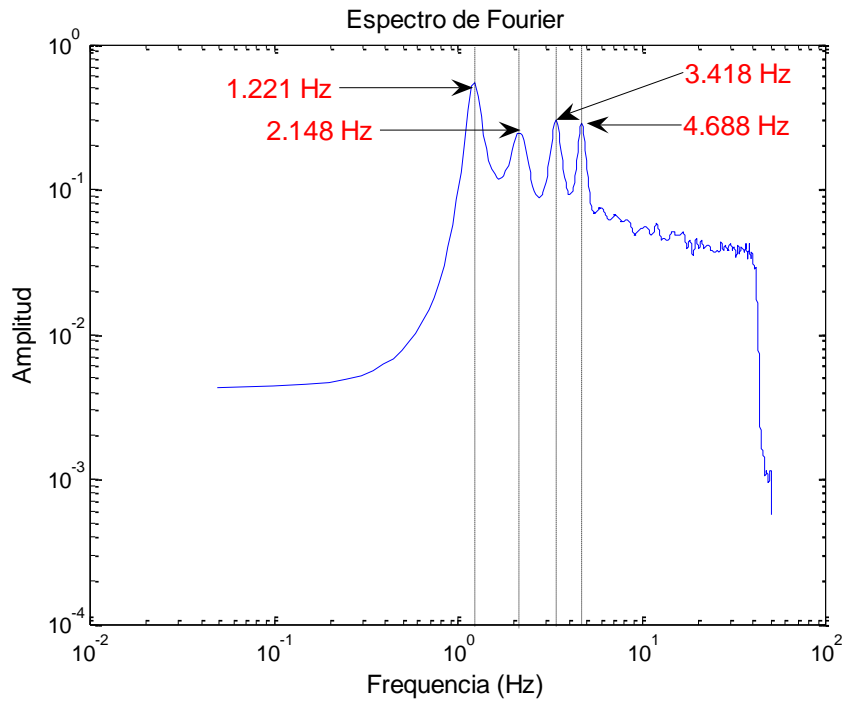


Figura 8.18. Frecuencias naturales encontradas en la medición 5.

En la Figura 8.19 se observan dos frecuencias naturales encontradas en la medición 6, 3.148 Hz, 4.688 Hz.

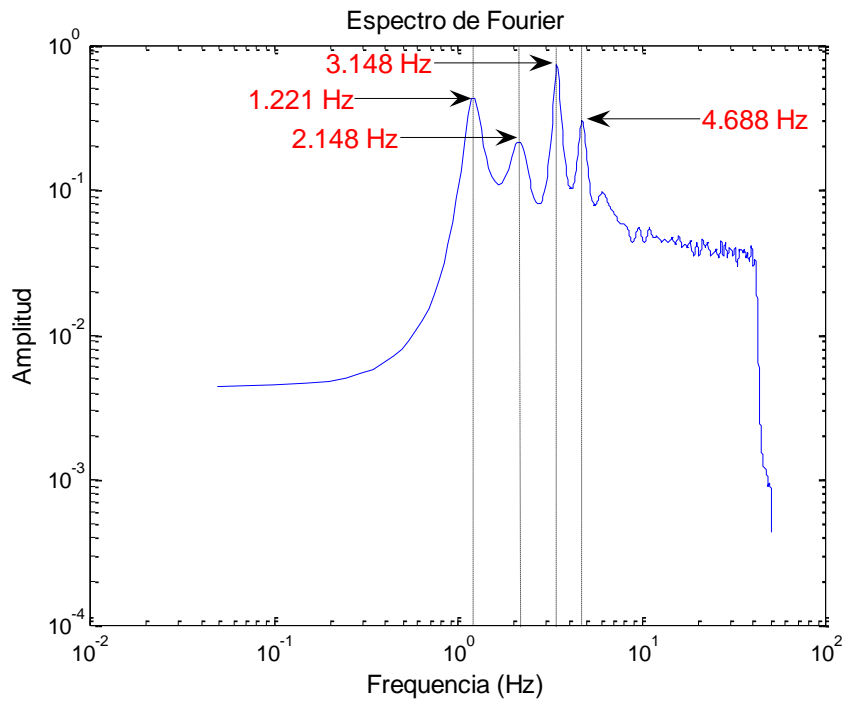


Figura 8.19. Frecuencias naturales encontradas en la medición 6.

En la Figura 8.20 se observan tres frecuencias naturales encontradas en la medición 7, 3.027 Hz, 5.566 Hz, 6.787 Hz.

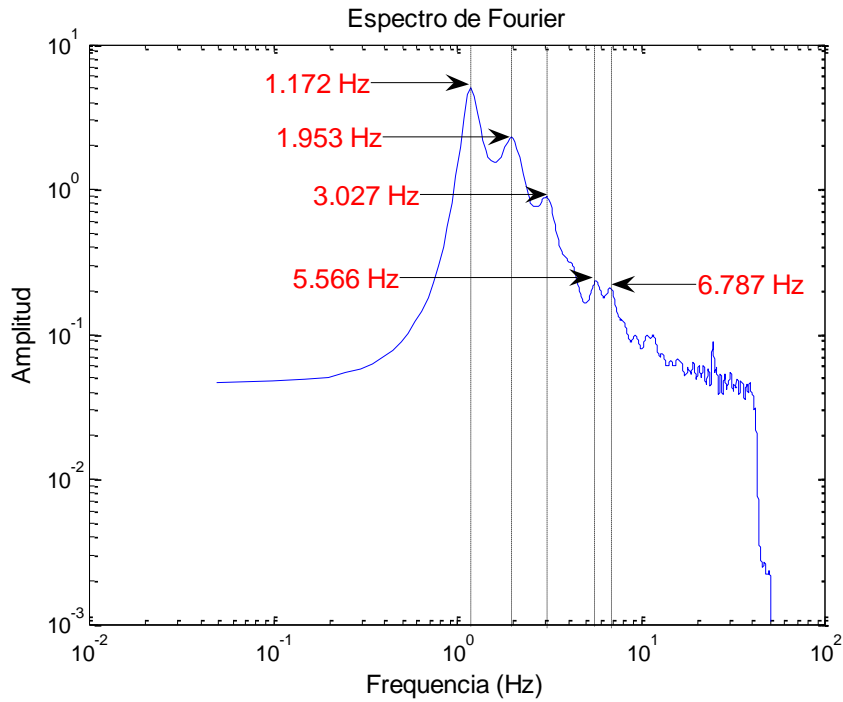


Figura 8.20. Frecuencias naturales encontradas en la medición 7.

En la Figura 8.21 se observan cuatro frecuencias naturales encontradas en la medición 8, 3.027 Hz, 4.199 Hz, 5.664 Hz, 6.689 Hz.

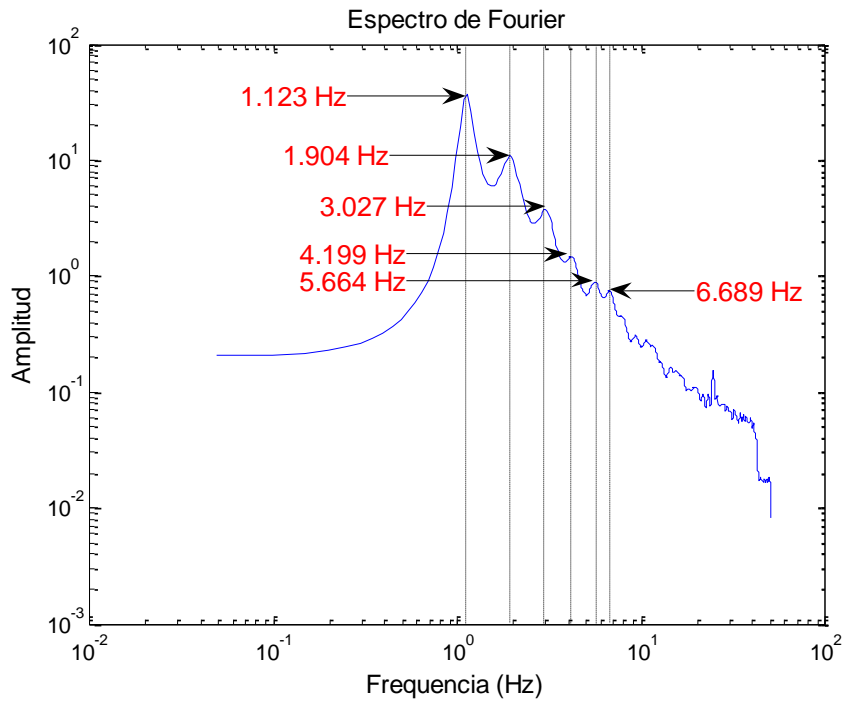


Figura 8.21. Frecuencias naturales encontradas en la medición 8.

En la Figura 8.22 se observan tres frecuencias naturales encontradas en la medición 9, 3.467 Hz, 4.688 Hz, 6.055 Hz.

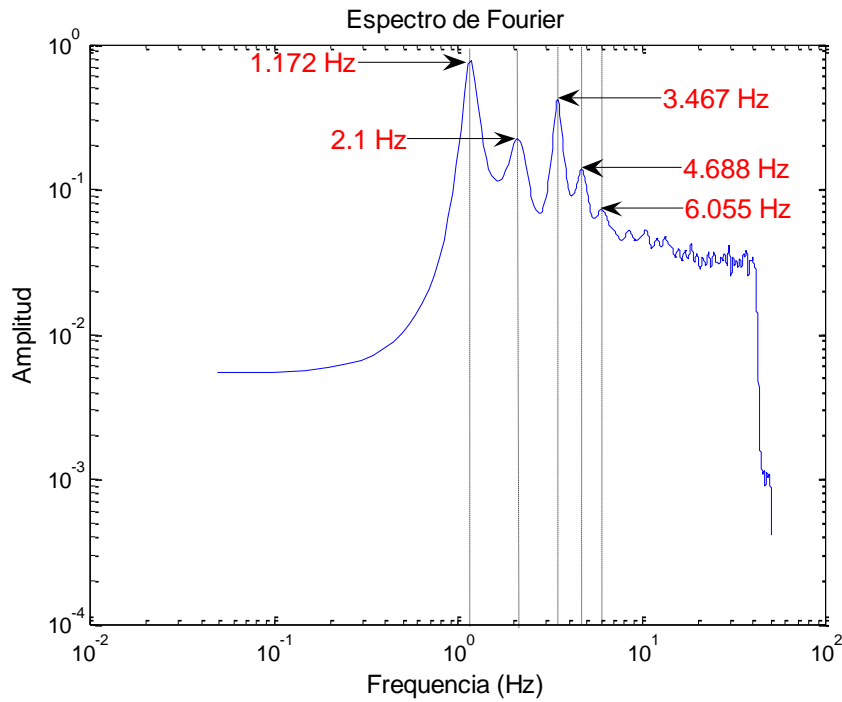


Figura 8.22. Frecuencias naturales encontradas en la medición 9.

En la Figura 8.23 se observan dos frecuencias naturales encontradas en la medición 10, 3.467 Hz, 4.736 Hz.

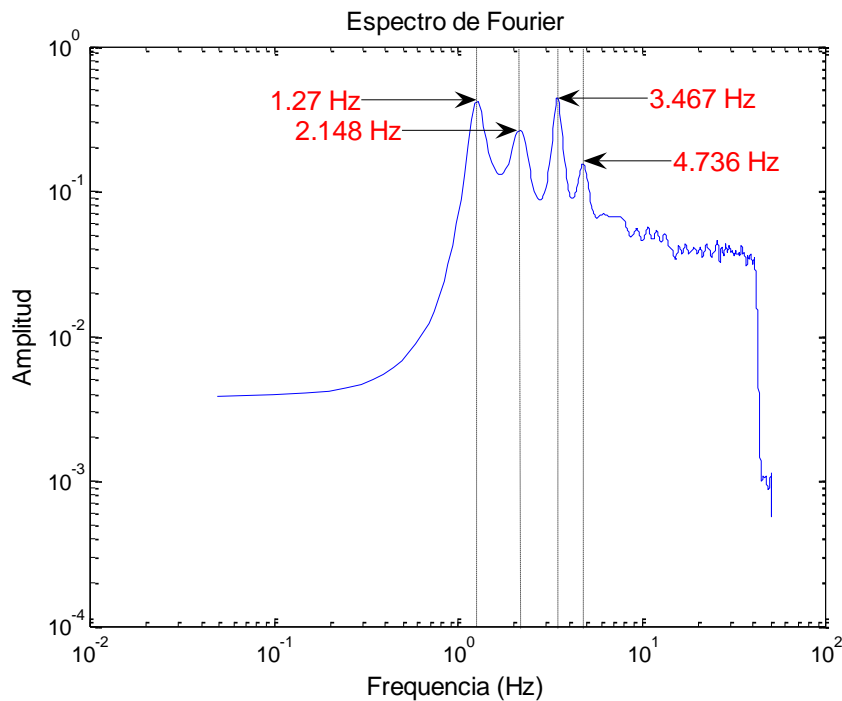


Figura 8.23. Frecuencias naturales encontradas en la medición 10.

En la Figura 8.24 se observan dos frecuencias naturales encontradas en la medición 11, 3.418 Hz, 4.736 Hz.

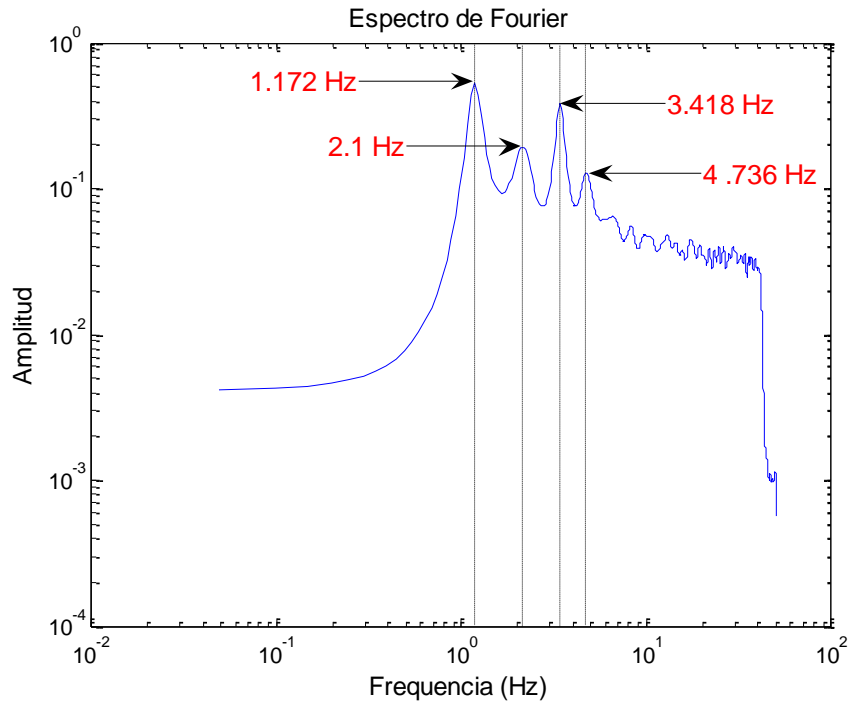


Figura 8.24. Frecuencias naturales encontradas en la medición 11.

En la Figura 8.25 se observan dos frecuencias naturales encontradas en la medición 12, 3.076 Hz, 3.906 Hz.

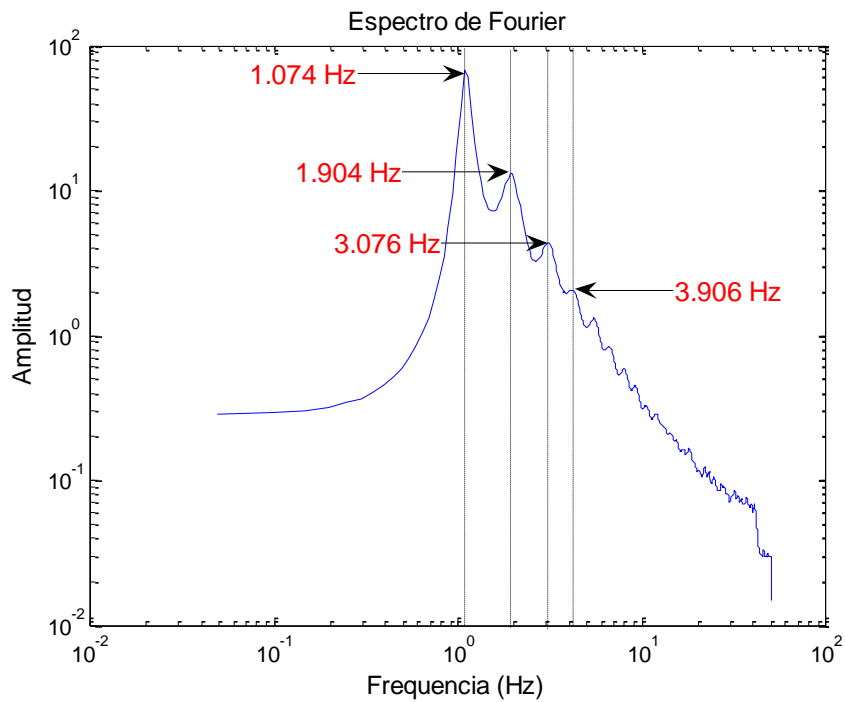


Figura 8.25. Frecuencias naturales encontradas en la medición 12.

En la Figura 8.26 se observan tres frecuencias naturales encontradas en la medición 13, 3.269 Hz, 4.736 Hz, 6.201 Hz.

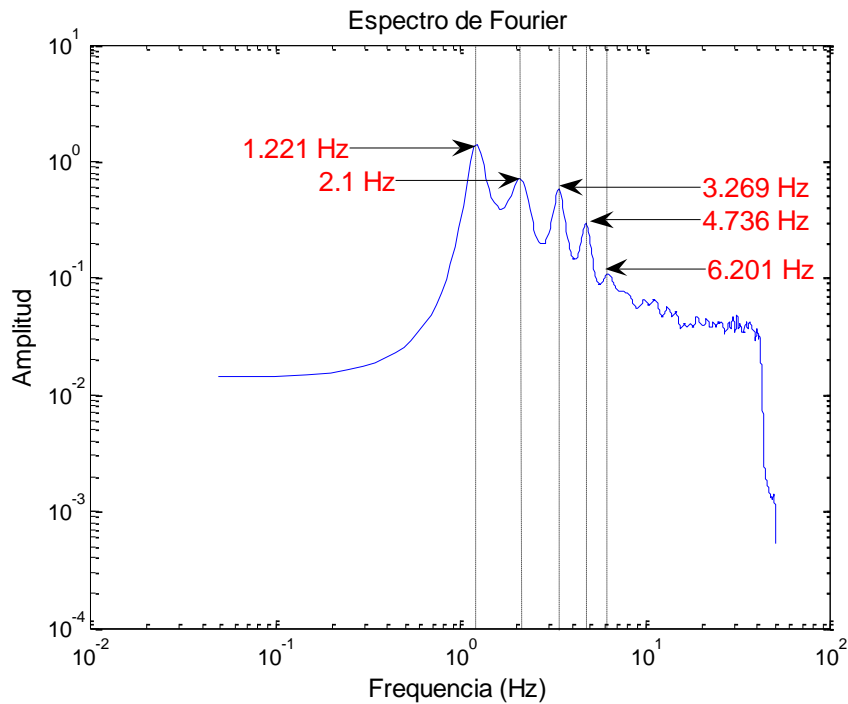


Figura 8.26. Frecuencias naturales encontradas en la medición 13.

En la Figura 8.27 se observan una frecuencia natural encontrada en la medición 14, 3.076 Hz.

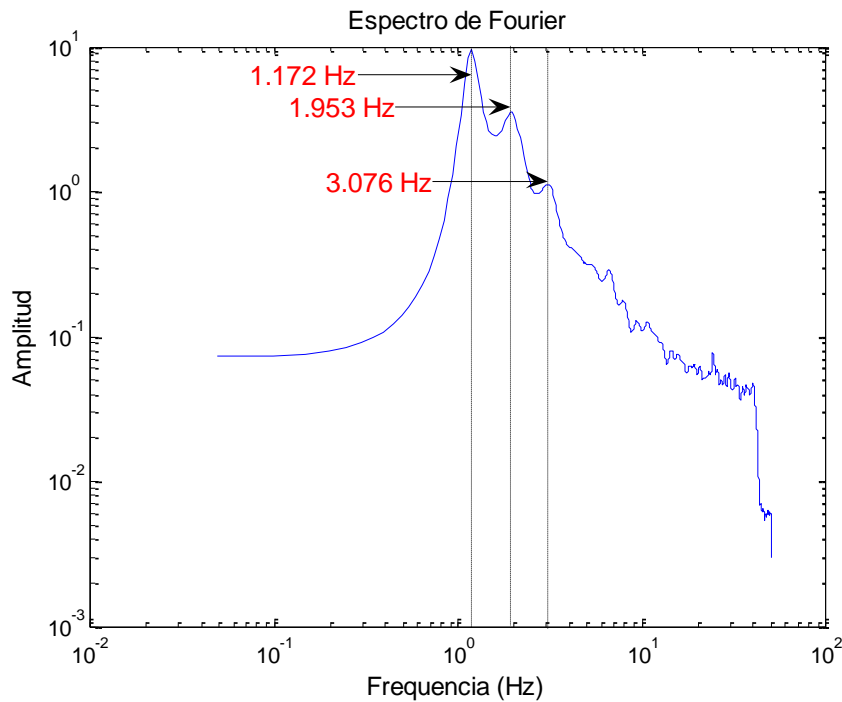


Figura 8.27. Frecuencias naturales encontradas en la medición 14.

En la Figura 8.28 se observan tres frecuencias naturales encontradas en la medición 15, 3.271 Hz, 4.492 Hz, 5.811 Hz.

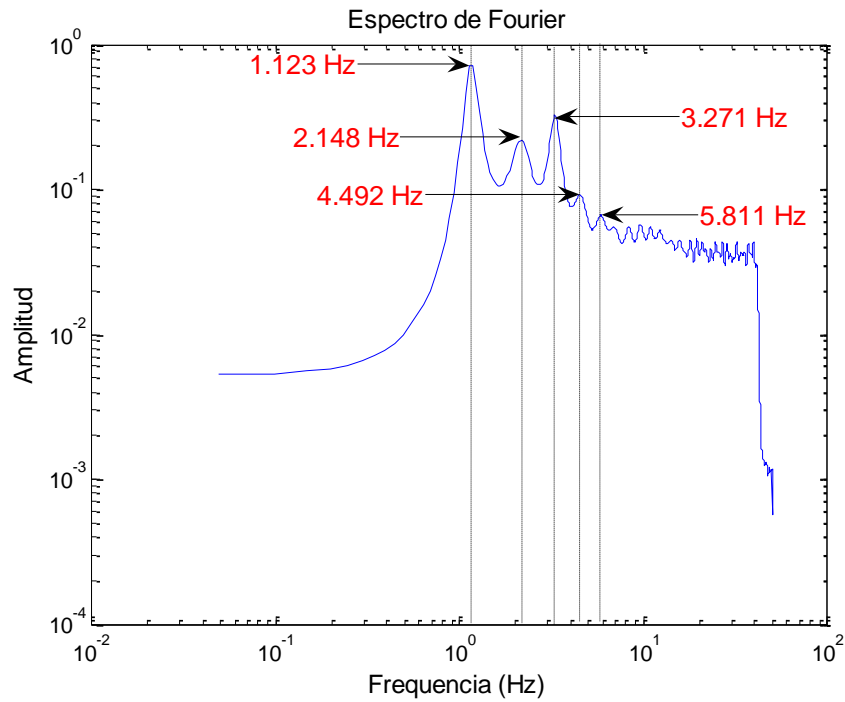


Figura 8.28. Frecuencias naturales encontradas en la medición 15.

En la Figura 8.29 se observan tres frecuencias naturales encontradas en la medición 16, 3.027 Hz, 4.15 Hz, 5.469 Hz.

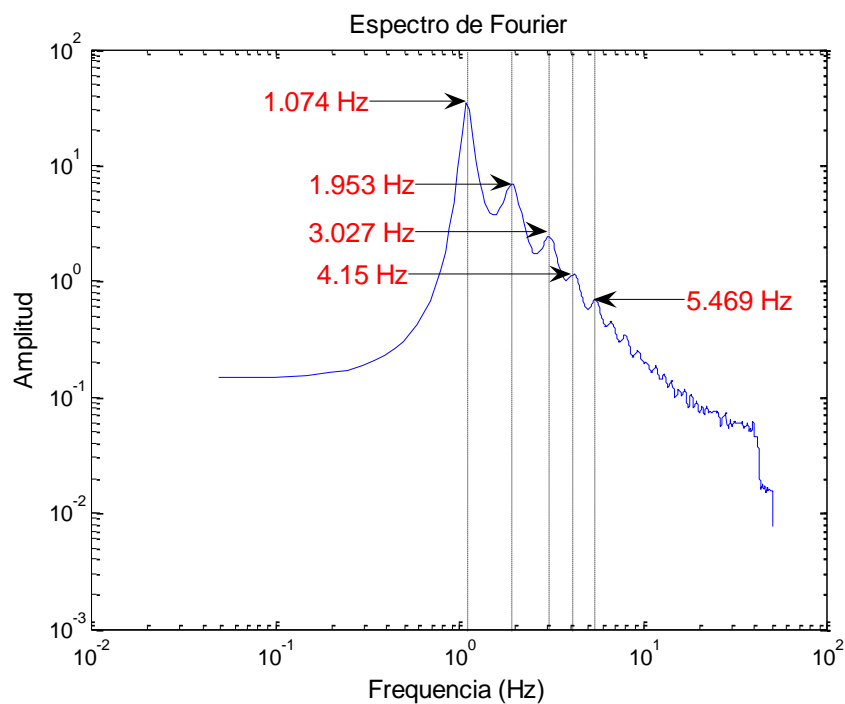


Figura 8.29. Frecuencias naturales encontradas en la medición 16.

En la Figura 8.30 se observan dos frecuencias naturales encontradas en la medición 17, 2.93 Hz, 4.102 Hz.

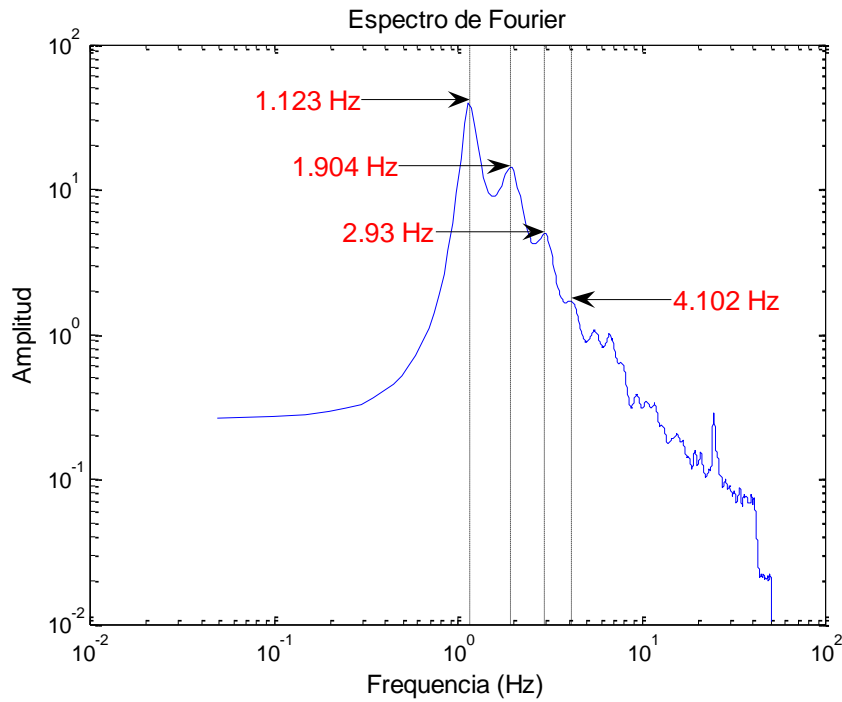


Figura 8.30. Frecuencias naturales encontradas en la medición 17.

En la Figura 8.31 se observan una frecuencia natural encontrada en la medición 18, 2.93 Hz.

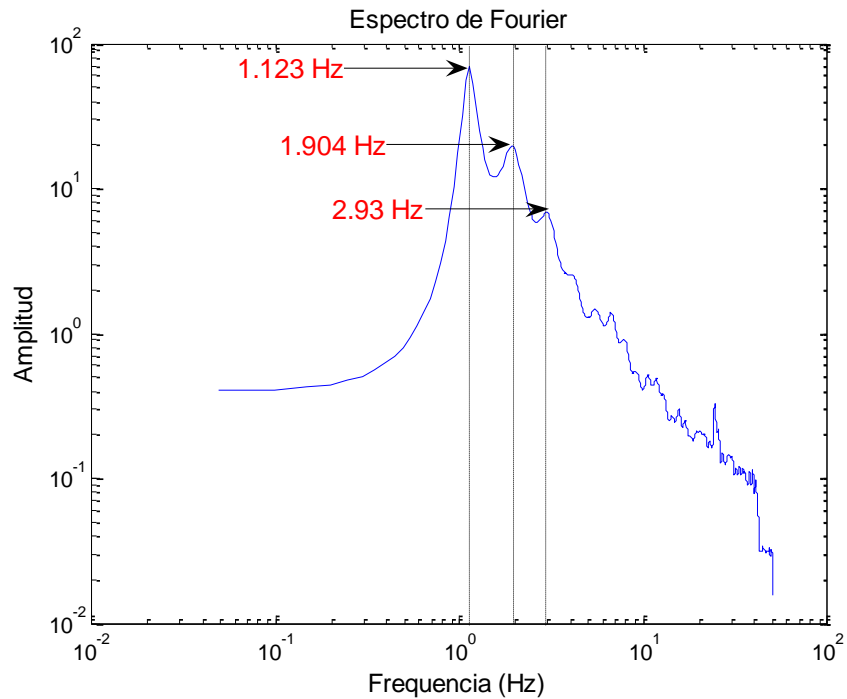


Figura 8.31. Frecuencias naturales encontradas en la medición 18.

En la Figura 8.32 se observa una frecuencia natural encontrada en la medición 19, 3.369 Hz.

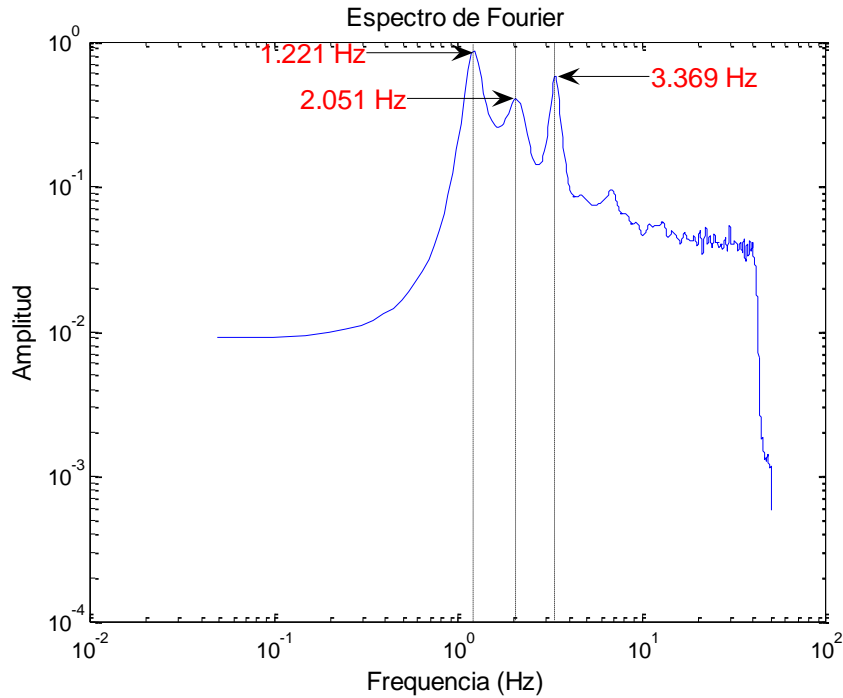


Figura 8.32. Frecuencias naturales encontradas en la medición 19.

En la Figura 8.33 se observan dos frecuencias naturales encontradas en la medición 20, 3.125 Hz, 5.566 Hz.

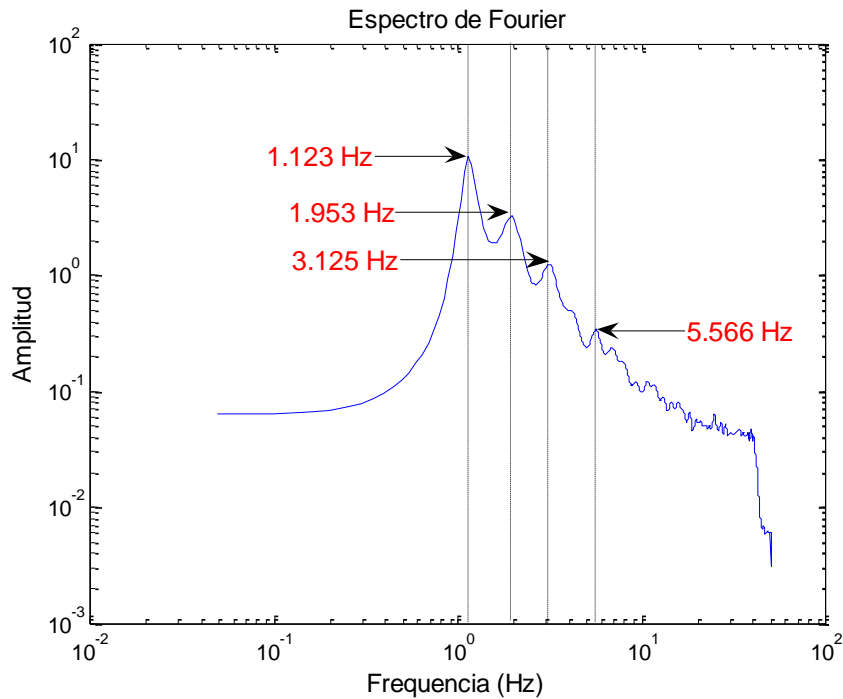


Figura 8.33. Frecuencias naturales encontradas en la medición 20.

En la Figura 8.34 se observan dos frecuencias naturales encontradas en la medición 21, 2.979 Hz, 5.566 Hz

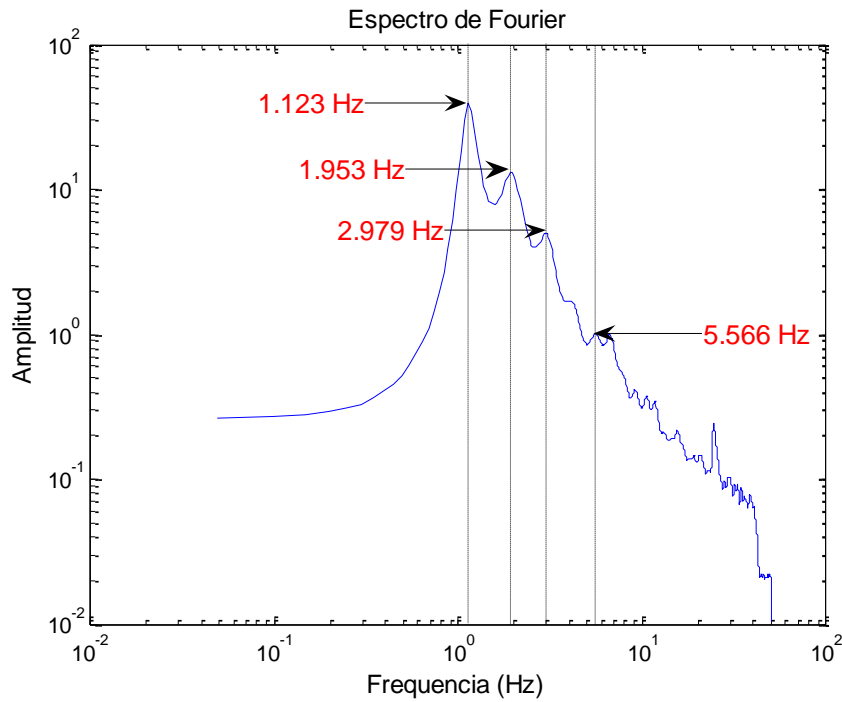


Figura 8.34. Frecuencias naturales encontradas en la medición 21.

En la Figura 8.35 se observan tres frecuencias naturales encontradas en la medición 22, 3.027 Hz, 4.15 Hz, 5.42 Hz.

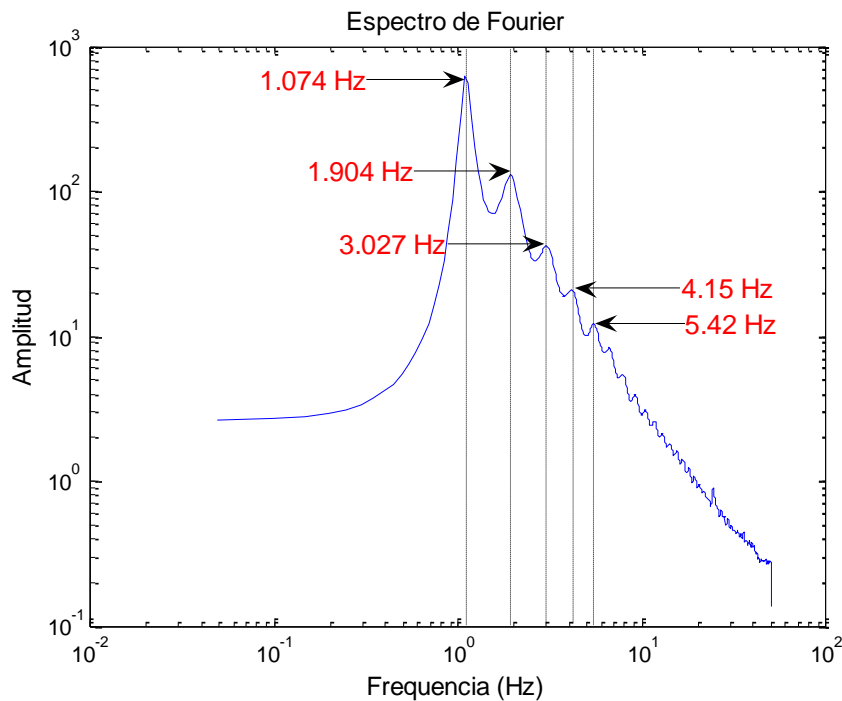


Figura 8.35. Frecuencias naturales encontradas en la medición 22.

En la Figura 8.36 se observa una frecuencia natural encontrada en la medición 23, 3.32 Hz.

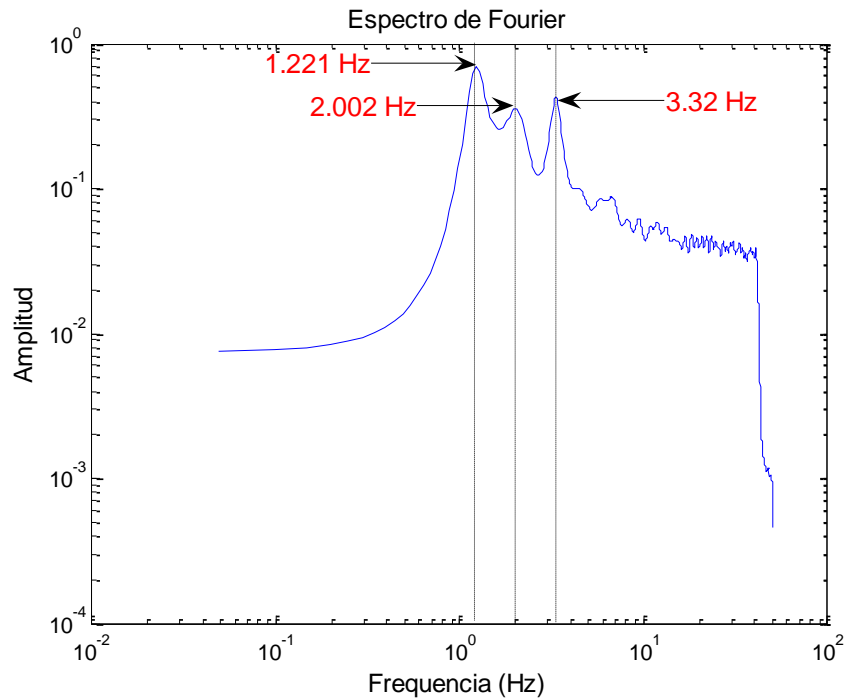


Figura 8.36. Frecuencias naturales encontradas en la medición 23.

En la Figura 8.37 se observan dos frecuencias naturales encontradas en la medición 24, 3.125 Hz, 5.566 Hz.

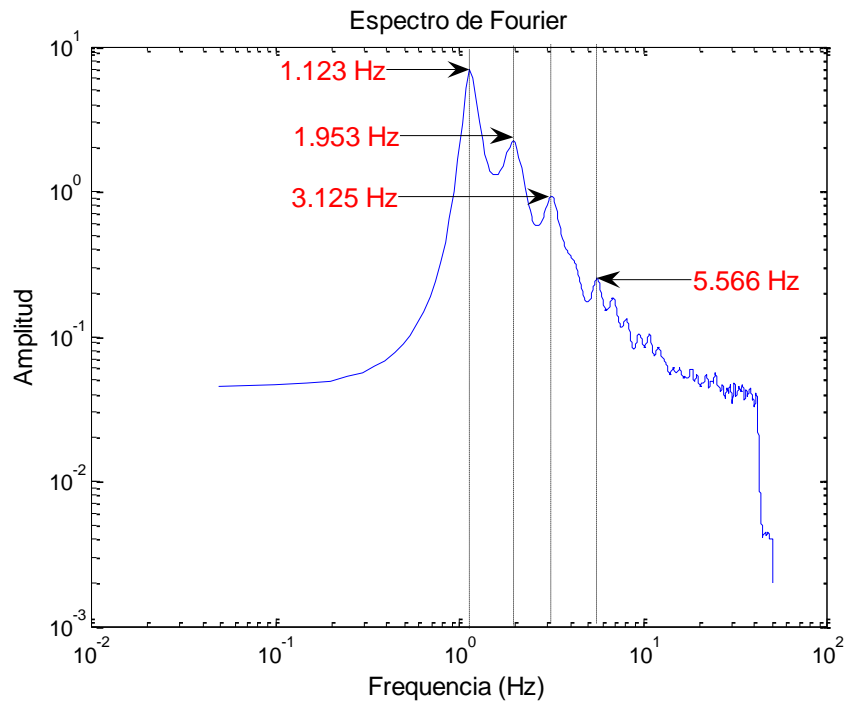


Figura 8.37. Frecuencias naturales encontradas en la medición 24.

8.3 Resultados.

De los resultados observados, se puede notar que las frecuencias encontradas en las pruebas en terreno libre (1.221 Hz, 2.148 Hz, 2.197 Hz) son de amplitud importante, por lo que son excluidas. El resto se consideran como frecuencias de vibración de la estructura. En la Tabla 8.1 se presenta un resumen de las frecuencias naturales encontradas y las formas modales a las que corresponden.

Tabla 8.1. Tabla de resumen de frecuencias naturales (Hz).

Medición	Modo 1	Modo 2	Modo 3	Modo 4
1	3.418	4.59		
2	3.418	4.639	5.811	
3	3.174	4.59		
4	3.027	4.248		6.592
5	3.418	4.688		
6	3.148	4.688		
7	3.027		5.566	6.787
8	3.027	4.199	5.664	6.689
9	3.467	4.688		
10	3.467	4.736		
11	3.418	4.736		
12	3.076	3.906		
13	3.269	4.736		6.201
14	3.076			
15	3.271	4.492	5.811	
16	3.027		5.469	
17	2.93	4.102		
18	2.93			
19	3.369			
20	3.125		5.566	
21	2.979		5.566	
22	3.027	4.15	5.42	
23	3.32			
24	3.125		5.566	

Se puede notar que el primer modo es observable en todas las mediciones, de manera similar al caso de instrumentación alámbrica, debido a que es la que tiene mayor amplitud de vibraciones, por lo que una pequeña desviación en la colocación de los instrumentos podría hacer posible reconocer esta frecuencia.

El segundo modo es observable en 15 de las mediciones, 12 de ellas (1 a la 6, del 9 a la 13, 17 y 22) en dirección transversal a la estructura. Al igual que en la instrumentación alámbrica, en las posiciones más cercanas al centroide (18 a la 21) este modo fue más difícil de observar.

Un tercer modo es observable en 9 de las 24 mediciones, 6 de ellas (15, 16, 20 a la 22 y 24) cercanas al centroide de la planta de azotea. El cuarto modo es observable en 4 de las 24 mediciones.

En la Tabla 8.2 se presentan los periodos correspondientes a las frecuencias mostradas anteriormente. Además, se presentan la media, la desviación estándar y el coeficiente de variación de dichas mediciones para conocer el grado de precisión de los resultados obtenidos.

Tabla 8.2. Tabla de resumen de periodos (s).

Medición	Modo 1	Modo 2	Modo 3	Modo 4
1	0.293	0.218		
2	0.293	0.216	0.172	
3	0.315	0.218		
4	0.330	0.235		0.152
5	0.293	0.213		
6	0.318	0.213		
7	0.330		0.180	0.147
8	0.330	0.238	0.177	0.149
9	0.288	0.213		
10	0.288	0.211		
11	0.293	0.211		
12	0.325	0.256		
13	0.306	0.211		0.161
14	0.325			
15	0.306	0.223	0.172	
16	0.330		0.183	
17	0.341	0.244		
18	0.341			
19	0.297			
20	0.320		0.180	
21	0.336		0.180	
22	0.330	0.241	0.185	
23	0.301			
24	0.320		0.180	
Media	0.315	0.224	0.179	0.152
σ	0.0175	0.0142	0.0040	0.0053
C.V	0.0557	0.0633	0.0226	0.0349

En la Tabla 8.2 se puede observar que de las mediciones realizadas el primer modo tiene como media un periodo de $\mu=0.315s$ con desviación estándar $\sigma=0.0175$ y coeficiente de variación 0.0557. El segundo modo tiene como media un periodo de $\mu=0.224s$ con desviación estándar $\sigma=0.0142$ y coeficiente de variación 0.0633. El tercer modo tiene como media un periodo de $\mu=0.179s$ con desviación estándar $\sigma=0.0040$ y coeficiente de variación 0.0226. El cuarto modo tiene como media un periodo de $\mu=0.152s$ con desviación estándar $\sigma=0.0053$ y coeficiente de variación 0.0349.

De las mediciones obtenidas, el coeficiente de variación tiene valores entre 0.0226 y 0.0633, por lo tanto, los resultados no son dispersos.

En la Tabla 8.3 se muestra una Tabla de resumen de los resultados obtenidos mediante la instrumentación alámbrica e inalámbrica.

Tabla 8.3. Tabla de resumen de periodos inalámbricos e inalámbricos (s).

INSTRUMENTACIÓN ALÁMBRICA				
	Modo 1	Modo 2	Modo 3	Modo 4
Media	0.295	0.209	0.181	0.152
σ	0.0069	0.0034	0.0074	0.0032
C.V	0.0233	0.0163	0.0408	0.0211
INSTRUMENTACIÓN INALÁMBRICA				
	Modo 1	Modo 2	Modo 3	Modo 4
Media	0.315	0.224	0.179	0.152
σ	0.0175	0.0142	0.0040	0.0053
C.V	0.0557	0.0633	0.0226	0.0349

Una comparación entre los resultados obtenidos de la instrumentación alámbrica e inalámbrica muestra que ambos resultados pueden ser correctos. Por ejemplo, la instrumentación alámbrica indica que el primer modo tiene como media un periodo de $\mu=0.295s$ con desviación estándar $\sigma=0.0069s$, mientras que la inalámbrica $\mu=0.315s$ con desviación estándar $\sigma=0.0175$, es decir la diferencia entre sus medias es de $0.02s$, lo cual es menor que la suma de sus desviaciones estándar.

Para el segundo modo la instrumentación alámbrica indica una media de $\mu=0.209s$ con desviación estándar $\sigma=0.0034s$ mientras que la inalámbrica $\mu=0.224s$ con desviación estándar $\sigma=0.0142$. La diferencia entre sus medias es de $0.015 s$.

Para el tercer modo la instrumentación alámbrica muestra una media de $\mu=0.181s$ con desviación estándar $\sigma=0.0074s$ mientras que la inalámbrica $\mu=0.179s$ con desviación estándar $\sigma=0.0040s$. La diferencia entre sus medias es de $0.002s$.

Finalmente para el cuarto modo la instrumentación alámbrica muestra una media de $\mu=0.152s$ con desviación estándar $\sigma=0.0032$ mientras que la inalámbrica $\mu=0.152s$ con desviación estándar $\sigma=0.0053s$. Sus medias coinciden pero la instrumentación inalámbrica muestra mayor dispersión y con mayor incertidumbre por los pocos datos registrados.

También se puede notar que los sensores alámbricos son más precisos que los sensores inalámbricos. Los coeficientes de variación para la instrumentación inalámbrica es casi el doble que para la instrumentación alámbrica para el primer y casi cuatro veces mayor que la del segundo modo, los cuales son para los que hay más datos y por lo tanto más certeza.

Capítulo 9

Formas modales obtenidas mediante instrumentación alámbrica

9.1 Registros de las mediciones

De acuerdo con el capítulo 4 se emplea el Algoritmo de Realización de Sistemas característicos para la identificación de los parámetros modales de la estructura, mediante la construcción de representaciones estado-espacio de un sistema lineal dinámico. Con este fin se realizaron dos arreglos de sensores y se realizaron 4 mediciones de 300 segundos, en los que se utilizaron 3 sensores tipo 3701G3FA3G. Se consideró el primer y tercer arreglo debido a que el tercer modo es más visible en las mediciones cercanas al centroide. El segundo y cuarto arreglo debido a que en estas ubicaciones se obtuvo el mayor índice de importancia de acuerdo a la metodología de Pan-Cherng y que se observaron mejor el primer y segundo modo en los resultados de las mediciones del capítulo 7. En la Figura 9.1 se muestra el primer y segundo arreglo, en dirección longitudinal.

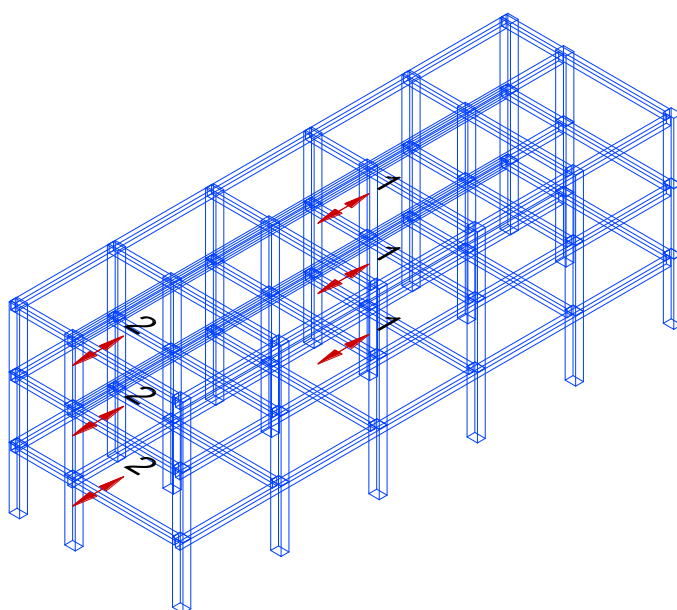


Figura 9.1. Primer y segundo arreglo de sensores, dirección longitudinal.

En la Figura 9.2 se muestra el tercer y cuarto arreglo, en dirección transversal.

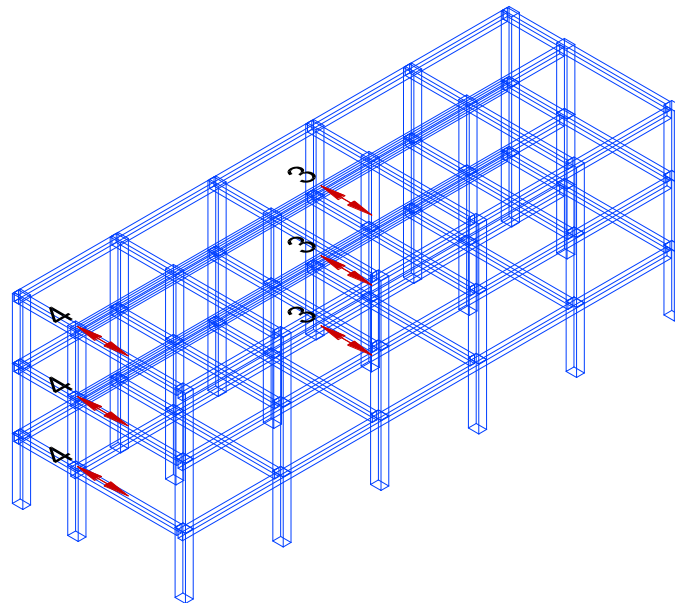


Figura 9.2. Tercer y cuarto arreglo de sensores, dirección transversal.

En las Figuras 9.3 a la 9.6 se muestran los acelerogramas recolectados (g).

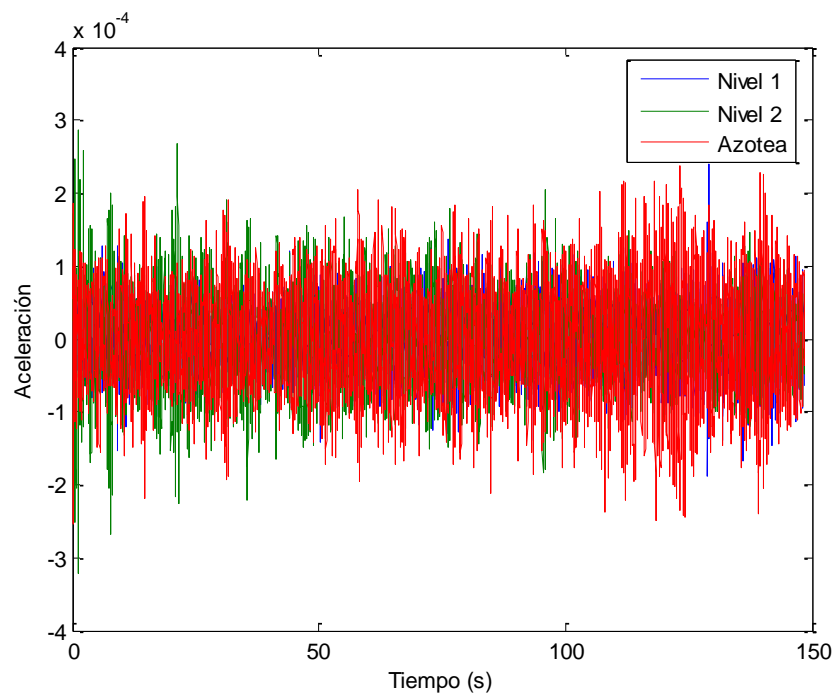


Figura 9.3. Medición 1.

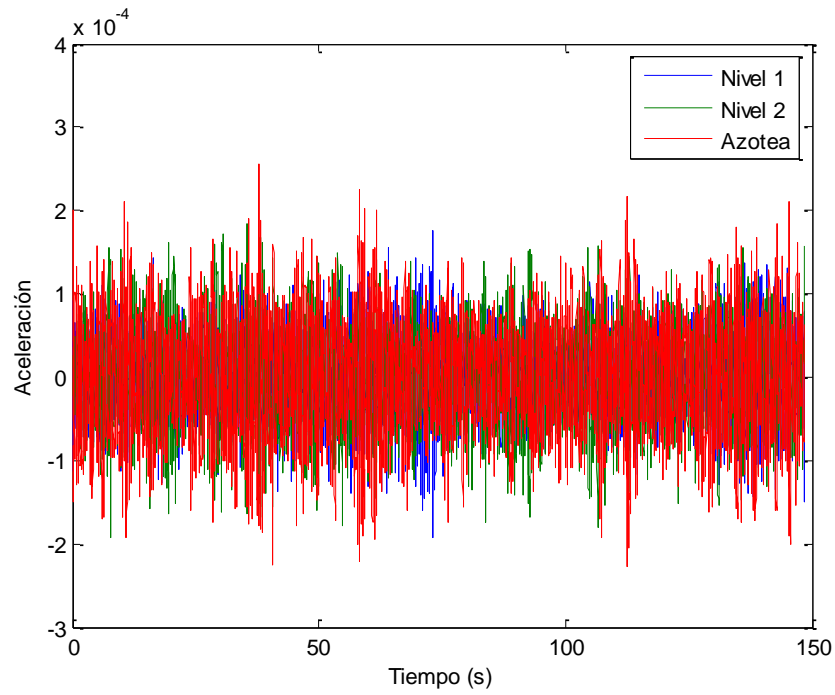


Figura 9.4. Medición 2.

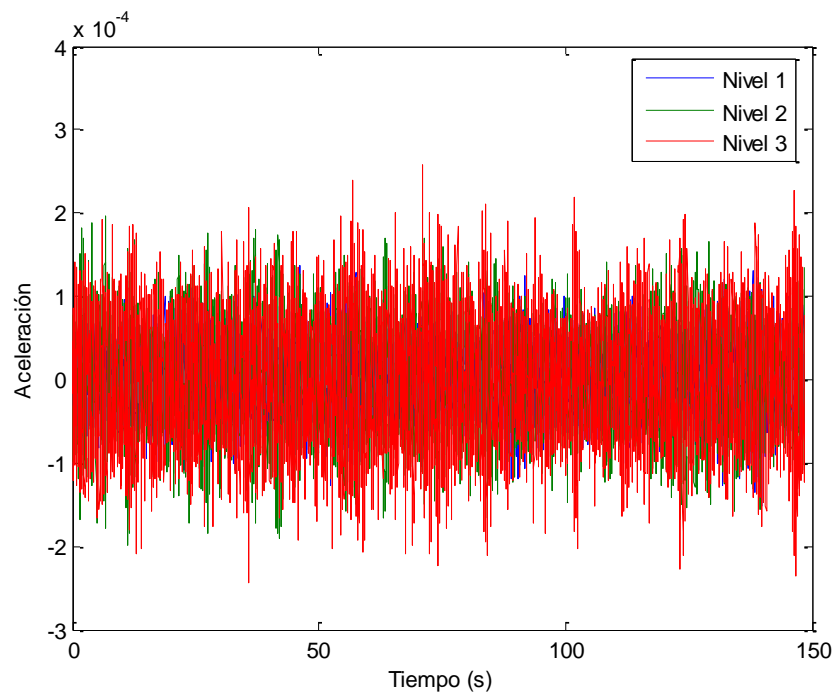


Figura 9.5. Medición 3.

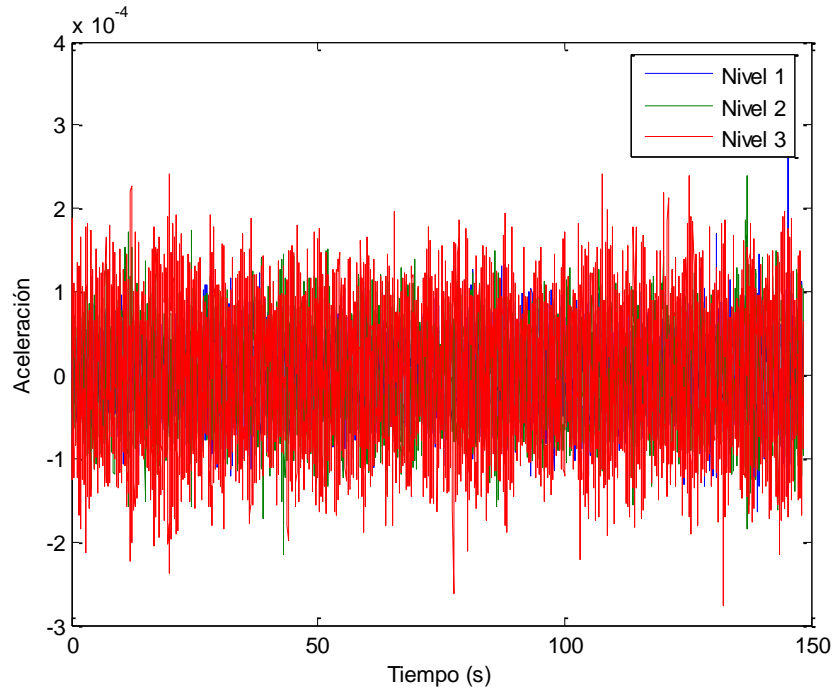


Figura 9.6. Medición 4.

9.2 Análisis mediante el Algoritmo de Realización de Sistemas característicos.

En las Figura 9.7 a la 9.10 se muestran los Espectro de potencia obtenidos con los datos de las mediciones alámbricas.

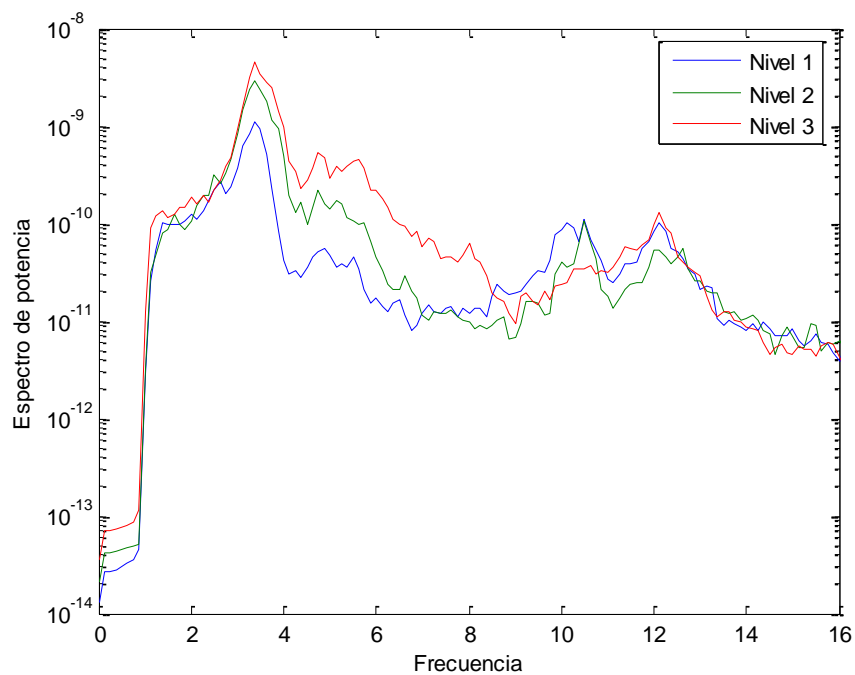


Figura 9.7. Espectro de potencia obtenido de la medición 1.

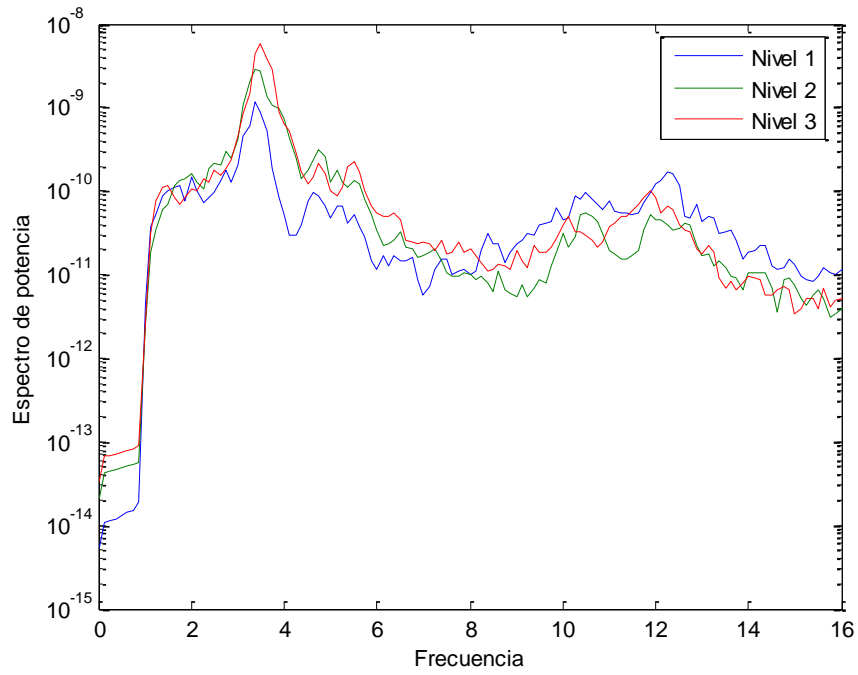


Figura 9.8. Espectro de potencia obtenido de la medición 2.

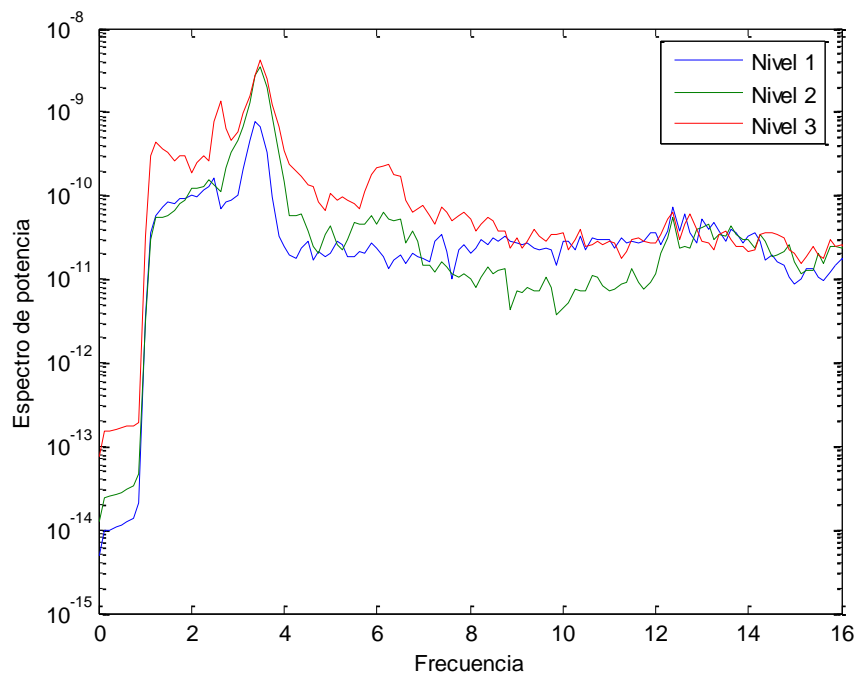


Figura 9.9. Espectro de potencia obtenido de la medición 3.

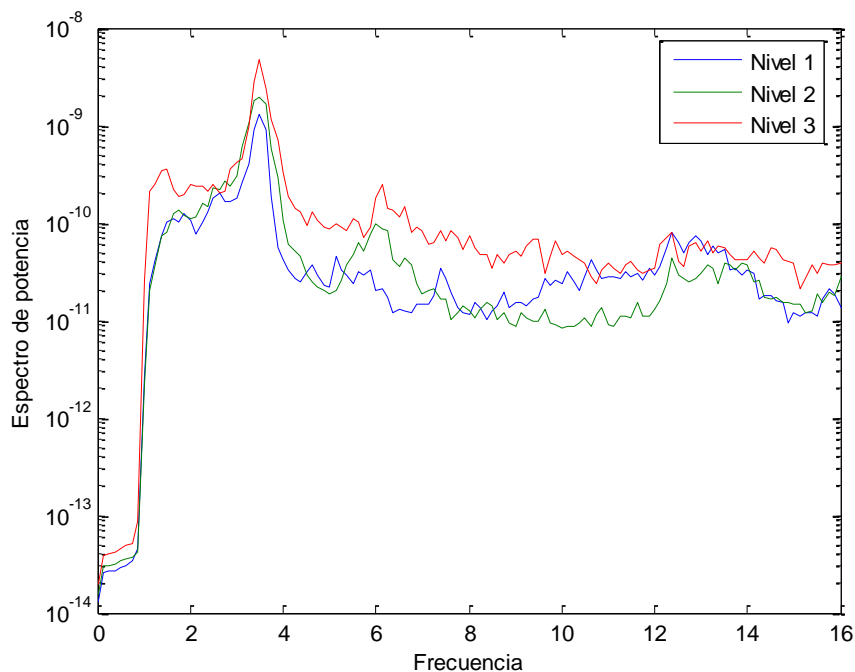


Figura 9.10. Espectro de potencia obtenido de la medición 4.

Con los datos obtenidos en la primera medición se ilustra el procedimiento del Algoritmo de Realización de Sistemas característicos. En la Tabla 9.1 se muestran los datos obtenidos en la primera medición.

Tabla 9.1. Matriz Y de la medición 1.

Y =	3.66E-05	-9.90E-05	2.31E-05	6.34E-05	3.73E-05	-1.67E-06	...
	7.02E-05	-2.06E-04	7.85E-05	1.56E-04	-1.55E-06	-8.39E-05	...
	9.94E-05	-2.54E-04	1.80E-05	1.87E-04	1.35E-04	-1.29E-06	...

De acuerdo con la ecuación 4.28 se determinan las matrices $H(0)$ y $H(1)$, las cuales se muestran en las Tablas 9.2 y 9.3, respectivamente.

Tabla 9.2. Matriz H (0) de la medición 1.

$H(0) =$	3.66E-05	-9.90E-05	2.31E-05	6.34E-05	3.73E-05	-1.67E-06	...
	7.02E-05	-2.06E-04	7.85E-05	1.56E-04	-1.55E-06	-8.39E-05	...
	9.94E-05	-2.54E-04	1.80E-05	1.87E-04	1.35E-04	-1.29E-06	...
	-9.90E-05	2.31E-05	6.34E-05	3.73E-05	-1.67E-06	-4.31E-05	...
	-2.06E-04	7.85E-05	1.56E-04	-1.55E-06	-8.39E-05	3.94E-05	...
	-2.54E-04	1.80E-05	1.87E-04	1.35E-04	-1.29E-06	-1.06E-04	...
	2.31E-05	6.34E-05	3.73E-05	-1.67E-06	-4.31E-05	-4.05E-05	...
	7.85E-05	1.56E-04	-1.55E-06	-8.39E-05	3.94E-05	9.25E-06	...
	1.80E-05	1.87E-04	1.35E-04	-1.29E-06	-1.06E-04	-1.36E-04	...
	6.34E-05	3.73E-05	-1.67E-06	-4.31E-05	-4.05E-05	-3.01E-05	...
	1.56E-04	-1.55E-06	-8.39E-05	3.94E-05	9.25E-06	-2.03E-04	...
	1.87E-04	1.35E-04	-1.29E-06	-1.06E-04	-1.36E-04	-1.14E-04	...
	3.73E-05	-1.67E-06	-4.31E-05	-4.05E-05	-3.01E-05	-8.70E-06	...
	-1.55E-06	-8.39E-05	3.94E-05	9.25E-06	-2.03E-04	-9.09E-05	...
	1.35E-04	-1.29E-06	-1.06E-04	-1.36E-04	-1.14E-04	-5.71E-05	...
	-1.67E-06	-4.31E-05	-4.05E-05	-3.01E-05	-8.70E-06	7.95E-06	...
	-8.39E-05	3.94E-05	9.25E-06	-2.03E-04	-9.09E-05	1.10E-04	...
	-1.29E-06	-1.06E-04	-1.36E-04	-1.14E-04	-5.71E-05	1.95E-05	...
	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

Tabla 9.3. Matriz H (1) de la medición 1.

$H(1) =$	-9.90E-05	2.31E-05	6.34E-05	3.73E-05	-1.67E-06	-4.31E-05	...
	-2.06E-04	7.85E-05	1.56E-04	-1.55E-06	-8.39E-05	3.94E-05	...
	-2.54E-04	1.80E-05	1.87E-04	1.35E-04	-1.29E-06	-1.06E-04	...
	2.31E-05	6.34E-05	3.73E-05	-1.67E-06	-4.31E-05	-4.05E-05	...
	7.85E-05	1.56E-04	-1.55E-06	-8.39E-05	3.94E-05	9.25E-06	...
	1.80E-05	1.87E-04	1.35E-04	-1.29E-06	-1.06E-04	-1.36E-04	...
	6.34E-05	3.73E-05	-1.67E-06	-4.31E-05	-4.05E-05	-3.01E-05	...
	1.56E-04	-1.55E-06	-8.39E-05	3.94E-05	9.25E-06	-2.03E-04	...
	1.87E-04	1.35E-04	-1.29E-06	-1.06E-04	-1.36E-04	-1.14E-04	...
	3.73E-05	-1.67E-06	-4.31E-05	-4.05E-05	-3.01E-05	-8.70E-06	...
	-1.55E-06	-8.39E-05	3.94E-05	9.25E-06	-2.03E-04	-9.09E-05	...
	1.35E-04	-1.29E-06	-1.06E-04	-1.36E-04	-1.14E-04	-5.71E-05	...
	-1.67E-06	-4.31E-05	-4.05E-05	-3.01E-05	-8.70E-06	7.95E-06	...
	-8.39E-05	3.94E-05	9.25E-06	-2.03E-04	-9.09E-05	1.10E-04	...
	-1.29E-06	-1.06E-04	-1.36E-04	-1.14E-04	-5.71E-05	1.95E-05	...
	-4.31E-05	-4.05E-05	-3.01E-05	-8.70E-06	7.95E-06	1.67E-05	...
	3.94E-05	9.25E-06	-2.03E-04	-9.09E-05	1.10E-04	1.73E-04	...
	-1.06E-04	-1.36E-04	-1.14E-04	-5.71E-05	1.95E-05	1.16E-04	...
	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

Posteriormente se factoriza la submatriz $H(0)$, de acuerdo a la ecuación 4.34, utilizando una descomposición singular de valores. En las Tablas 9.4 a la 9.6 se muestran las matrices obtenidas de la descomposición.

Tabla 9.4. Matriz R de la medición 1.

$R =$	-7.87E-03	-2.74E-02	4.02E-03	1.56E-02	-4.12E-02	...
	1.00E-02	-5.69E-02	-1.44E-01	7.85E-02	-6.71E-02	...
	2.78E-03	-6.92E-02	9.78E-03	1.79E-02	-9.17E-02	...
	-1.26E-02	-2.88E-02	-1.36E-02	1.35E-03	-4.76E-02	...
	-4.00E-03	-6.19E-02	-7.53E-02	-1.51E-01	-7.23E-02	...
	-1.03E-02	-7.75E-02	-1.27E-02	2.45E-03	-1.17E-01	...
	-1.95E-02	-2.74E-02	-7.28E-04	-1.24E-02	-5.30E-02	...
	-2.36E-02	-5.48E-02	1.52E-01	-7.12E-02	-7.84E-02	...
	-2.65E-02	-7.72E-02	-2.51E-03	-6.70E-03	-1.41E-01	...
	-2.50E-02	-2.48E-02	1.44E-02	-3.98E-03	-5.04E-02	...
	-3.23E-02	-5.47E-02	7.87E-02	1.43E-01	-8.21E-02	...
	-4.06E-02	-7.36E-02	1.02E-02	-7.34E-03	-1.44E-01	...
	-2.94E-02	-2.14E-02	6.45E-03	9.94E-03	-4.41E-02	...
	-3.56E-02	-5.72E-02	-1.35E-01	6.67E-02	-7.73E-02	...
	-5.17E-02	-6.74E-02	1.32E-02	-1.48E-03	-1.31E-01	...
	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

Tabla 9.5. Matriz Σ de la medición 1.

$\Sigma =$	0.004124104	0	0	0	0	...
	0	0.003896432	0	0	0	...
	0	0	0.003008674	0	0	...
	0	0	0	0.002993273	0	...
	0	0	0	0	0.002651157	...
	0	0	0	0	0	...
	0	0	0	0	0	...
	0	0	0	0	0	...
	0	0	0	0	0	...
	0	0	0	0	0	...
	0	0	0	0	0	...
	0	0	0	0	0	...
	0	0	0	0	0	...
	0	0	0	0	0	...
	0	0	0	0	0	...
	0	0	0	0	0	...
	0	0	0	0	0	...
	0	0	0	0	0	...
	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

Tabla 9.6. Matriz S de la medición 1.

S =	-3.54E-02	2.80E-02	1.18E-01	4.01E-02	-8.90E-02	...
	-3.78E-02	2.17E-02	4.63E-02	-1.23E-01	-1.11E-01	...
	-3.11E-02	-2.11E-04	-1.16E-01	-4.42E-02	-1.42E-01	...
	-3.53E-02	-9.40E-04	-3.93E-02	1.17E-01	-1.43E-01	...
	-4.43E-02	5.13E-03	1.20E-01	3.92E-02	-1.23E-01	...
	-4.17E-02	-3.91E-03	3.30E-02	-1.26E-01	-9.91E-02	...
	-3.16E-02	-2.13E-02	-1.38E-01	-4.19E-02	-7.60E-02	...
	-2.76E-02	-2.97E-02	-5.17E-02	1.30E-01	-4.00E-02	...
	-2.43E-02	-3.56E-02	1.21E-01	4.67E-02	9.65E-03	...
	-7.67E-03	-5.21E-02	3.36E-02	-1.25E-01	5.83E-02	...
	1.42E-02	-6.47E-02	-1.44E-01	-4.47E-02	1.05E-01	...
	2.63E-02	-6.03E-02	-6.04E-02	1.34E-01	1.57E-01	...
	3.21E-02	-4.71E-02	1.21E-01	5.20E-02	2.05E-01	...
	4.21E-02	-4.05E-02	4.14E-02	-1.26E-01	2.25E-01	...
	5.35E-02	-3.59E-02	-1.31E-01	-4.25E-02	2.14E-01	...
	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

Se obtienen las matrices R_n y S_n formadas por las primeras n columnas de R y S , respectivamente y la matriz Z_n . Con estas matrices y la matriz $H(1)$ Se obtiene la formulación básica del ERA, de acuerdo con las ecuaciones 4.42. Las matrices A , B y C se muestran en las Tablas 9.7 a la 9.9.

Tabla 9.7. Matriz A de la medición 1.

A =	9.88E-01	-1.84E-01	3.97E-02	-3.91E-02	1.41E-02	-7.61E-03	...	9.80E-03
	1.86E-01	9.83E-01	-2.89E-02	2.56E-02	-3.12E-02	8.90E-04	...	-2.82E-02
	3.52E-02	-2.63E-02	9.67E-03	9.93E-01	-2.94E-02	6.35E-02	...	-1.13E-02
	3.27E-02	-2.65E-02	-9.95E-01	2.26E-03	-1.26E-02	4.77E-02	...	-7.79E-04
	-1.95E-03	2.44E-02	-2.94E-02	5.55E-02	9.57E-01	-2.69E-01	...	-3.94E-03
	2.32E-03	1.34E-03	3.96E-02	-5.68E-02	2.70E-01	9.51E-01	...	-5.40E-02
	-1.48E-03	1.69E-02	-1.57E-02	3.85E-02	-1.46E-02	6.43E-02	...	2.17E-02
	-5.26E-03	-1.92E-02	8.73E-03	-2.73E-02	-2.13E-03	-4.03E-02	...	4.06E-02
	9.36E-03	7.59E-03	-8.24E-04	-1.65E-02	4.01E-02	-8.86E-03	...	-2.76E-01
	-2.83E-03	2.23E-02	-1.41E-02	3.00E-02	-1.67E-03	6.14E-02	...	7.91E-01

Tabla 9.8. Matriz B de la medición 1.

B =	-2.28E-03
	1.75E-03
	6.49E-03
	2.20E-03
	-4.58E-03
	4.07E-03
	-7.21E-03
	3.33E-03
	6.94E-03
	-8.53E-03

Tabla 9.9. Matriz C de la medición 1.

C =	-5.05E-04	-1.71E-03	2.21E-04	8.55E-04	-2.12E-03	-9.24E-04	..	-2.53E-03
	6.44E-04	-3.55E-03	-7.90E-03	4.30E-03	-3.45E-03	-2.02E-03	..	-5.06E-03
	1.79E-04	-4.32E-03	5.36E-04	9.80E-04	-4.72E-03	-4.06E-03	..	-6.73E-03

Se determinan los eigenvalores y los eigenvectores de la matriz \hat{A} . De los eigenvalores se determinan las frecuencias naturales de vibración. De los eigenvectores y de la matriz de salida en coordenadas modales se determinan las formas modales. En la Tabla 9.10 se muestran las frecuencias naturales obtenidas.

Tabla 9.10. Frecuencias naturales obtenidas de la medición 1.

ω	=	3.669
		5.241
		6.624
		31.454
		32.200

Con la finalidad de determinar cuáles de las frecuencias y sus formas modales tienen un índice mayor de certeza se calcula el índice MAC. De la ecuación 4.39 se determina la matriz \mathcal{C} , la cual se muestra en la Tabla 9.11.

Tabla 9.11. Matriz de la medición 1

\mathcal{C}	=	0.0047755883+0.0031731219	-0.0034777253+0.004698461	...	0.0035175686-0.00064593314
		0.0047755883-0.0031731219	-0.0034777253-0.004698461	...	0.0035175686+0.00064593314
		0.0054541177+0.0013588257	-0.0013271716+0.0057582154	...	-0.0037624489+0.0015654767
		0.0054541177-0.0013588257	-0.0013271716-0.0057582154	...	-0.0037624489-0.0015654767
		-0.0039915038+0.00014402602	-0.0039516191-0.00067833551	...	0.0069108249+0.0021141586
		-0.0039915038-0.00014402602	-0.0039516191+0.00067833551	...	0.0069108249-0.0021141586
		-0.00050377368-0.0155668	0.0043349125-0.01516394	...	0.0041024227+0.0012052052
		-0.00050377368+0.0155668	0.0043349125+0.01516394	...	0.0041024227-0.0012052052
		0.013174854+0.0026269209	0.012271621+0.0058394501	...	-0.0031786686+0.0017216967
		0.013174854-0.0026269209	0.012271621-0.0058394501	...	-0.0031786686-0.0017216967

Se determinan las matrices $\hat{\Lambda}$, \hat{B} y \hat{C} del modelo tiempo discreto en coordenadas modales, las cuales se muestran en las Tablas 9.12 a la 9.14.

Tabla 9.12. Matriz $\hat{\Lambda}$ de la medición 1

$\hat{\Lambda}$	=	-0.009742	0	0	0	0	0	...	0
		0	-0.009742	0	0	0	0	...	0
		0	0	0.02663	0	0	0	...	0
		0	0	0	0.02663	0	0	...	0
		0	0	0	0	0.9849473	0	...	0
		0	0	0	0	0	0.9849473	...	0
		0	0	0	0	0	0	...	0
		0	0	0	0	0	0	...	0
		0	0	0	0	0	0	...	0
		0	0	0	0	0	0	...	0.9370824

Tabla 9.13. Matriz \hat{B} de la medición 1

\hat{B}	=	4.78E-03
		4.78E-03
		5.45E-03
		5.45E-03
		-3.99E-03
		-3.99E-03
		-5.04E-04
		-5.04E-04
		1.32E-02
		1.32E-02

Tabla 9.14. Matriz \hat{C} de la medición 1

$\hat{C} =$	4.08E-04	4.08E-04	5.41E-05	5.41E-05	-9.81E-04	-9.81E-04	...	3.04E-03
	-1.06E-03	-1.06E-03	-5.69E-04	-5.69E-04	-4.61E-04	-4.61E-04	...	4.35E-03
	6.48E-04	6.48E-04	1.02E-03	1.02E-03	-1.17E-03	-1.17E-03	...	7.31E-03

Y se determina la matriz \bar{C} con la ecuación 4.51, la cual se muestra en la Tabla 9.15.

Tabla 9.15. Matriz \bar{C} de la medición 1

$\bar{C} =$	0.0047755883+0.0031731219	-0.0032018344+0.0047178703	...	0.0029027956+0.00053260795
	0.0047755883-0.0031731219	-0.0032018344-0.0047178703	...	0.0029027956-0.00053260795
	0.0054541177+0.0013588257	-0.001204082+0.0054521697	...	-0.0004938282+0.0024971283
	0.0054541177-0.0013588257	-0.001204082-0.0054521697	...	-0.0004938282-0.0024971283
	-0.0039915038+0.00014402602	-0.0039572497-0.00057396081	...	0.0037884739-0.0025636183
	-0.0039915038-0.00014402602	-0.0039572497+0.00057396081	...	0.0037884739+0.0025636183
	-0.00050377368-0.0155668	0.0042149266-0.013980632	...	0.0000059403299-0.0000041278979
	-0.00050377368+0.0155668	0.0042149266+0.013980632	...	0.0000059403299+0.0000041278979
	0.013174854+0.0026269209	0.011698328+0.0057095446	...	0.00025915895-0.00017991029
	0.013174854-0.0026269209	0.011698328-0.0057095446	...	0.00025915895+0.00017991029

Con las matrices C y \bar{C} obtenidas sustituidas en la ecuación 4.43 se determina el índice de coherencia de Amplitud Modal. En la Tabla 9.16 se muestran los índices obtenidos.

Tabla 9.16. Índices MAC para las frecuencias obtenidas de la medición 1

MAC =	0.940
	0.887
	0.879
	0.613
	0.822

De la Tabla 9.17 se observa que la frecuencia natural de 3.669 Hz, es decir un periodo de 0.283s, tiene el mayor índice MAC, el cual es de 0.94. Esta frecuencia corresponde al primer modo, en dirección longitudinal. La forma modal de la estructura correspondiente a este modo se muestra en la Tabla 9.18. Además, se nota la frecuencia de 5.241 Hz, es decir un periodo de 0.190s que corresponde al tercer modo en rotación, con un índice MAC de 0.887.

Tabla 9.17. Frecuencias naturales e índices MAC obtenidas de la medición 1

ω	MAC
3.669	0.940
5.241	0.887
6.624	0.879
31.454	0.613
32.200	0.822

Tabla 9.18. Forma modal correspondiente al primer modo obtenido de la medición 1

N	Desplazamiento
1	0.409
2	0.725
3	1

En las Figuras 9.11 a 9.14 se muestran las comparaciones entre la forma modal obtenida con el modelo analítico (en color rojo) y la obtenida con la instrumentación alámbrica (en color azul). Se consideró para la elaboración del modelo analítico que las losas son infinitamente rígidas y, que la masa traslacional y rotacional está ubicada en el centro de masas de la estructura, utilizando como herramienta de cálculo el programa SAP2000 versión 11.

La comparación entre el primer modo de vibración obtenido mediante el modelo analítico y la primera medición alámbrica se muestra en la Figura 9.11. En ésta, se puede notar que la concavidad es similar pero las cantidades son diferentes, principalmente en el primer nivel.

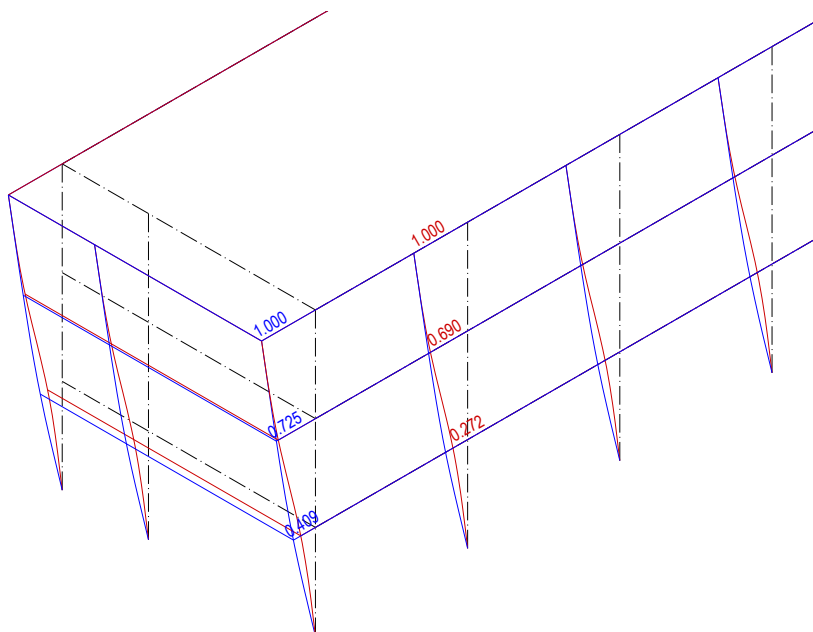


Figura 9.11. Comparación entre las formas modales obtenidas.

Se utiliza el mismo procedimiento para los datos obtenidos en las siguientes 3 mediciones, sin embargo sólo se presentan las Tablas de las matrices A , B y C , las frecuencias naturales obtenidas, los índices de Coherencia de Amplitud Modal y las respectivas formas modales obtenidas.

Las matrices A , B y C se muestran en las Tablas 9.19 a la 9.21.

Tabla 9.19. Matriz A de la medición 2.

A	$=$	9.82E-01	2.00E-01	2.73E-03	-2.50E-02	-2.04E-03	-1.48E-03	...	-2.18E-03
		-2.01E-01	9.83E-01	-2.36E-02	-1.75E-02	1.78E-03	4.32E-03	...	1.26E-03
		-8.67E-03	1.25E-02	9.74E-01	-2.21E-01	1.50E-03	7.75E-03	...	1.17E-02
		-1.71E-03	2.87E-02	2.27E-01	9.93E-01	1.87E-03	1.64E-03	...	-2.51E-03
		6.65E-04	-3.62E-04	4.46E-03	1.06E-03	8.23E-01	-5.61E-01	...	5.38E-02
		6.17E-04	-9.43E-04	-5.03E-03	-1.40E-03	5.62E-01	8.22E-01	...	-3.00E-02
		8.07E-04	-2.54E-03	1.43E-03	9.79E-04	-4.29E-03	2.49E-02	...	-2.07E-02
		9.19E-04	-2.30E-03	-4.93E-04	-1.34E-02	1.23E-02	-4.59E-02	...	-1.13E-02
		5.20E-03	-3.25E-03	-1.63E-02	-3.15E-02	2.45E-02	-2.01E-02	...	-4.79E-01
		5.85E-03	-5.65E-03	-8.40E-03	-1.76E-02	-1.47E-02	4.91E-02	...	8.41E-01

Tabla 9.20. Matriz B de la medición 2.

B	$=$	-4.57E-04
		1.11E-03
		-2.19E-03
		-1.07E-03
		1.88E-03
		-1.07E-03
		2.28E-03
		-1.48E-03
		-3.10E-03
		1.67E-03

Tabla 9.21. Matriz C de la medición 2.

C =	9.70E-04	-1.18E-03	-1.97E-03	6.65E-05	-1.93E-03	1.66E-03	..	2.76E-03
	1.79E-03	-1.71E-03	-3.55E-03	3.04E-04	1.94E-03	2.17E-03	..	4.99E-04
	2.81E-03	1.64E-03	-1.24E-03	4.58E-03	3.66E-04	4.90E-04	..	5.23E-04

En la Tabla 9.22 se muestran las frecuencias naturales obtenidas.

Tabla 9.22. Frecuencias naturales obtenidas de la medición 2.

ω =	3.830
	4.820
	8.560
	11.878
	12.759

Con la finalidad de determinar cuáles de las frecuencias y sus formas modales tienen un índice mayor de certeza se calcula el índice MAC. En la Tabla 9.23 se muestran los índices obtenidos.

Tabla 9.23. Índices MAC para las frecuencias obtenidas de la medición 2

MAC =	0.979
	0.986
	0.501
	0.910
	0.835

De la Tabla 9.24 se observa que la frecuencia natural de 3.830 Hz, es decir un periodo de 0.262s, tiene un mayor índice MAC de 0.979. Esta frecuencia corresponde al primer modo, en dirección longitudinal. La forma modal de la estructura correspondiente a este modo se muestra en la Tabla 9.25.

Tabla 9.24. Frecuencias naturales e índices MAC obtenidas de la medición 2

ω	MAC
3.830	0.979
4.820	0.986
8.560	0.501
11.878	0.910
12.759	0.835

Tabla 9.25. Forma modal correspondiente al primer modo obtenido de la medición 2

N	Desplazamiento
1	0.082
2	0.259
3	1

En la Figura 9.12 se muestra la comparación entre la forma modal obtenida con el modelo analítico (rojo) y la obtenida con la instrumentación en la segunda medición (azul). En ésta, se puede notar que la concavidad de las líneas deformadas es similar pero las cantidades son diferentes, tanto en el primer como en el segundo nivel.

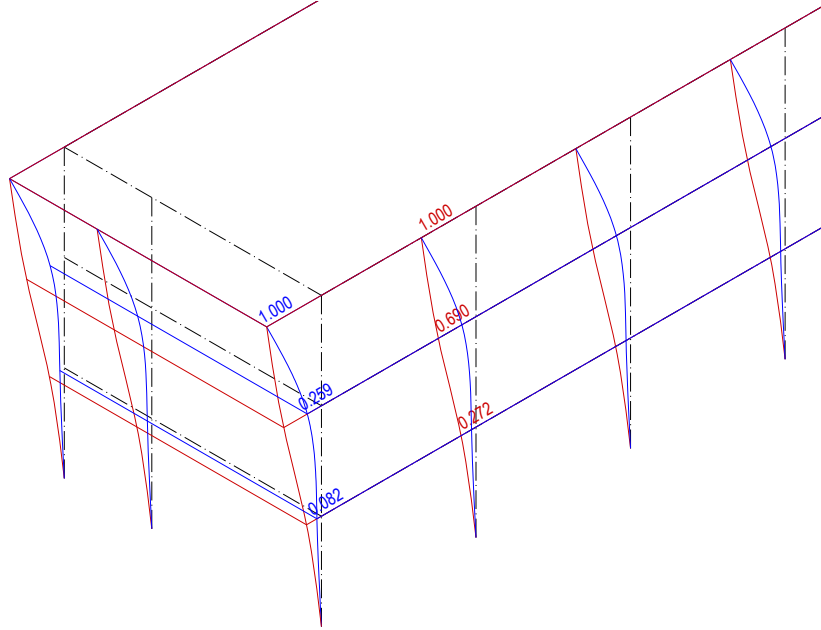


Figura 9.12. Comparación entre las formas modales obtenidas.

Las matrices A , B y C se muestran en las Tablas 9.26 a la 9.28.

Tabla 9.26. Matriz A de la medición 3.

$A =$	9.91E-01	-1.82E-01	1.65E-02	1.65E-02	-6.42E-03	-2.28E-02	...	-3.58E-03
	1.82E-01	9.82E-01	-3.56E-02	-4.40E-04	2.40E-02	2.62E-02	...	1.52E-02
	-7.77E-03	3.10E-02	9.60E-01	2.63E-01	4.13E-02	-2.86E-03	...	3.58E-02
	-1.47E-02	-2.36E-03	-2.59E-01	9.61E-01	-3.99E-02	-5.47E-02	...	-1.66E-02
	-1.70E-02	-6.86E-03	-4.99E-02	-2.62E-03	9.40E-01	-3.04E-01	...	-1.23E-03
	9.99E-03	-2.27E-02	-3.10E-03	5.37E-02	3.04E-01	9.15E-01	...	-1.33E-01
	1.94E-04	-1.61E-03	2.23E-03	8.09E-03	4.42E-02	-1.77E-02	...	-3.25E-01
	4.14E-03	1.32E-04	-1.09E-02	-5.35E-03	-2.91E-02	6.76E-02	...	2.34E-01
	3.63E-03	-3.85E-03	9.03E-03	1.11E-02	2.15E-02	-3.54E-02	...	-5.78E-01
	-1.97E-02	-1.36E-03	-4.14E-02	-9.13E-03	9.05E-03	1.47E-01	...	4.87E-01

Tabla 9.27. Matriz B de la medición 3.

$B =$	-3.64E-03
	1.60E-03
	-5.78E-03
	-2.95E-03
	-9.71E-03
	9.19E-03
	6.81E-03
	-8.82E-03
	6.39E-03
	-1.45E-02

$$C = \begin{vmatrix} 2.60E-05 & -1.02E-03 & -1.49E-03 & 9.42E-04 & 1.29E-03 & 1.80E-03 & .. & 1.50E-03 \\ -5.95E-04 & -1.13E-03 & -1.96E-03 & -1.43E-04 & 2.37E-03 & 2.19E-03 & .. & 5.04E-03 \\ 2.12E-04 & -5.38E-03 & -6.98E-03 & 4.06E-03 & 9.38E-03 & 1.13E-02 & .. & 1.33E-02 \end{vmatrix}$$

Tabla 9.28. Matriz C de la medición 3.

En la Tabla 9.29 se muestran las frecuencias naturales obtenidas.

Tabla 9.29. Frecuencias naturales obtenidas de la medición 3.

$$\omega = \begin{vmatrix} 3.464 \\ 4.605 \\ 6.554 \\ 10.852 \\ 29.550 \end{vmatrix}$$

Con la finalidad de determinar cuáles de las frecuencias y sus formas modales tienen un índice mayor de certeza se calcula el índice MAC. En la Tabla 9.30 se muestran los índices obtenidos.

Tabla 9.30. Índices MAC para las frecuencias obtenidas de la medición 3

$$MAC = \begin{vmatrix} 0.964 \\ 0.975 \\ 0.941 \\ 0.889 \\ 0.971 \end{vmatrix}$$

De la Tabla 9.31 se observa que la frecuencia natural de 4.605 Hz, es decir un periodo de 0.217s, tiene un índice MAC de 0.975. Esta frecuencia corresponde al segundo modo, en dirección transversal. La forma modal de la estructura correspondiente a este modo se muestra en la Tabla 9.32.

Tabla 9.31. Frecuencias naturales e índices MAC obtenidas de la medición 3.

ω	MAC
3.464	0.964
4.605	0.975
6.554	0.941
10.852	0.889
29.550	0.971

Tabla 9.32. Forma modal correspondiente al primer modo obtenido de la medición 3.

N	Desplazamiento
1	0.170
2	0.240
3	1

En la Figura 9.13 se muestra la comparación entre la forma modal obtenida con el modelo analítico (rojo) y la obtenida con la instrumentación en la tercera medición (azul). En ésta, se puede notar que la concavidad es similar pero las cantidades son diferentes, principalmente en el segundo nivel.

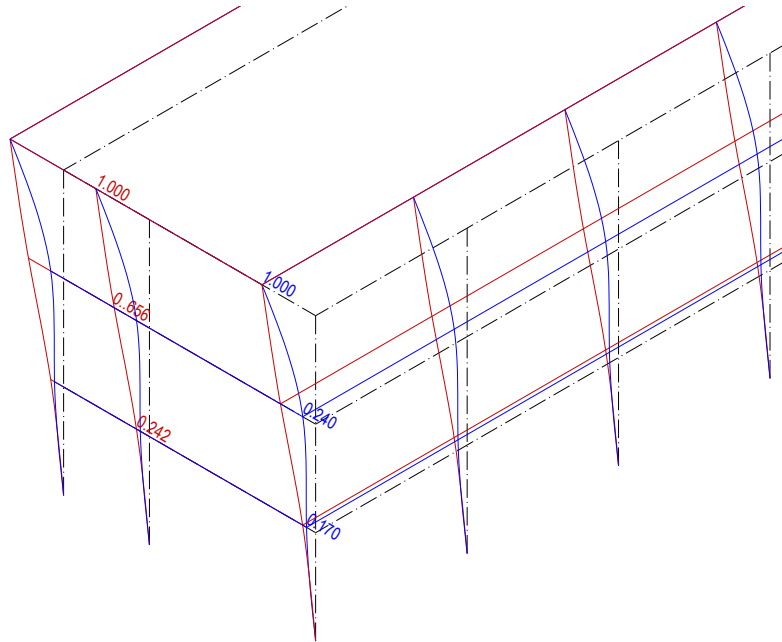


Figura 9.13. Comparación entre las formas modales obtenidas.

Las matrices A , B y C se muestran en las Tablas 9.33 a la 9.35.

Tabla 9.33. Matriz A de la medición 4.

A	$=$	9.72E-01	-2.37E-01	-5.73E-03	1.19E-03	9.43E-03	1.04E-02	...	2.70E-03
		2.34E-01	9.67E-01	-3.85E-03	7.49E-02	1.47E-02	8.31E-03	...	1.62E-02
		1.06E-03	-1.92E-02	9.70E-01	2.36E-01	2.16E-02	-1.61E-02	...	3.78E-03
		-1.65E-02	-6.69E-02	-2.39E-01	9.52E-01	-3.95E-02	-9.71E-02	...	-2.61E-02
		-7.27E-03	-1.31E-02	-3.32E-02	-2.01E-02	9.61E-01	-2.48E-01	...	-1.51E-02
		-7.51E-03	1.87E-03	-3.07E-03	8.56E-02	2.49E-01	9.27E-01	...	-9.79E-02
		5.41E-04	6.63E-04	3.06E-03	2.68E-03	-1.46E-03	-1.84E-02	...	1.96E-02
		-2.84E-04	-7.04E-04	-2.90E-03	-2.13E-03	6.14E-03	1.22E-02	...	-1.86E-03
		-1.35E-04	-5.54E-05	-2.57E-03	-1.55E-02	-3.72E-02	-3.15E-02	...	4.51E-01
		-3.48E-03	-1.57E-02	-1.63E-02	-3.13E-02	-2.90E-02	1.18E-01	...	3.56E-01

Tabla 9.34. Matriz B de la medición 4.

B	$=$	3.81E-04
		-4.31E-03
		-5.58E-03
		-8.02E-03
		-7.71E-03
		8.18E-03
		1.08E-03
		-4.81E-04
		-3.68E-03
		-1.31E-02

Tabla 9.35. Matriz C de la medición 4.

C	$=$	2.48E-04	-2.48E-04	5.50E-04	4.51E-04	-5.19E-04	2.71E-04	..	-9.75E-04
		4.86E-04	2.88E-04	7.01E-04	-2.42E-04	-1.05E-03	-1.19E-03	..	-2.45E-03
		2.79E-03	5.01E-03	3.20E-03	-9.45E-03	-7.64E-03	-1.16E-02	..	-9.63E-03

En la Tabla 9.36 se muestran las frecuencias naturales obtenidas.

Tabla 9.36. Frecuencias naturales obtenidas de la medición 4.

ω =	3.523
	4.814
	6.625
	8.173
	47.940

Con la finalidad de determinar cuáles de las frecuencias y sus formas modales tienen un índice mayor de certeza se calcula el índice MAC. En la Tabla 9.37 se muestran los índices obtenidos.

Tabla 9.37. Índices MAC para las frecuencias obtenidas de la medición 4

MAC =	0.919
	0.957
	0.960
	0.722
	0.830

De la Tabla 9.38 se observa que la frecuencia natural de 4.814 Hz, es decir un periodo de 0.207s, tiene un índice MAC de 0.957. Esta frecuencia corresponde al segundo modo, en dirección transversal. La forma modal de la estructura correspondiente a este modo se muestra en la Tabla 9.39.

Tabla 9.38. Frecuencias naturales e índices MAC obtenidas de la medición 4

ω	MAC
3.523	0.919
4.814	0.957
6.625	0.960
8.173	0.722
47.940	0.830

Tabla 9.39. Forma modal correspondiente al primer modo obtenido de la medición 4

N	Desplazamiento
1	0.008
2	0.101
3	1

En la Figura 9.14 se muestra la comparación entre la forma modal obtenida con el modelo analítico (rojo) y la obtenida con la instrumentación en la cuarta medición (azul). Se puede notar que la concavidad es similar pero las cantidades son diferentes, tanto en el primer como en el segundo nivel.

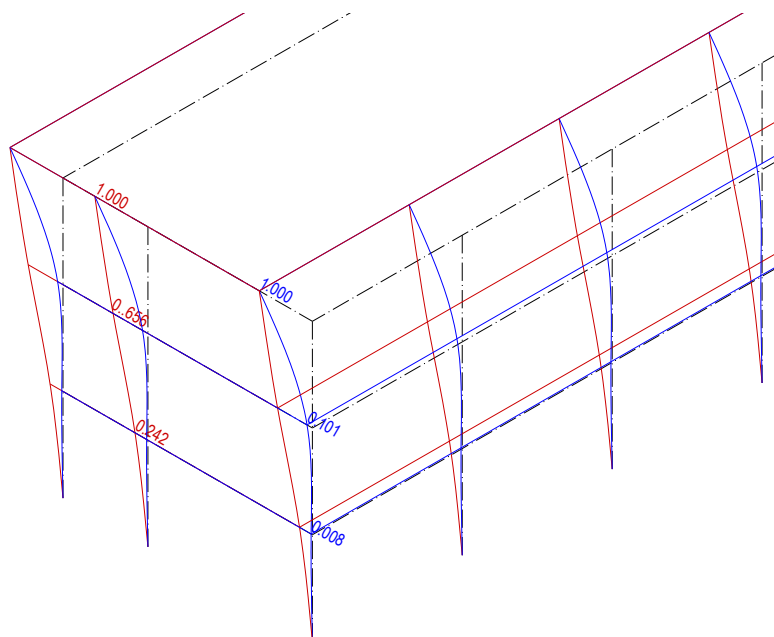


Figura 9.14. Comparación entre las formas modales obtenidas.

9.3 Resumen

En la Tabla 9.40 se muestra una Tabla de resumen de los resultados obtenidos de la instrumentación alámbrica de acuerdo al análisis espectral convencional mostrado en el capítulo 8, y de los resultados de la instrumentación alámbrica utilizando el algoritmo de realización de Sistemas característicos.

Tabla 9.40. Tabla de resumen de resultados de Fourier y ERA (s).

INSTRUMENTACIÓN ALÁMBRICA						
Medición	Modo 1	MAC	Modo 2	MAC	Modo 3	MAC
Media	0.295		0.209		0.181	
1	0.283	0.940			0.190	0.887
2	0.262	0.979				
3			0.217	0.975		
4			0.207	0.957		

Se puede notar que sólo los primeros tres modos son observables. Existe cierta variación en los periodos. En la instrumentación inalámbrica con la metodología mostrada en el capítulo 7, la media para el primer modo obtenida es de $\mu=0.295s$ mientras que en las mediciones 1 y 2 de este capítulo es de 0.283s y 0.262s. De la misma manera, la media para el segundo modo es de $\mu=0.209s$ mientras que en las mediciones 3 y 4 de este capítulo es de 0.217s y 0.207s. Finalmente, la media para el tercer modo 0.181s mientras que en la medición 1 es de 0.190s.

Se observó que las formas modales obtenidas mediante la instrumentación y el algoritmo de realización de sistemas característicos tienen buena concordancia con el modelo realizado en el programa SAP2000 versión 11. La concavidad observada de las deformadas es similar para todas las mediciones. Sin embargo las cantidades son similares principalmente para los primeros dos modos y cuando las mediciones son realizadas lejos del centroide de la planta de azotea. Cuando las mediciones se realizan cerca del centroide las diferencias son mayores, debido principalmente a que en los niveles 1 y 2 existen amplitudes de vibración menores a los del nivel de azotea.

Capítulo 10

Formas modales obtenidas mediante instrumentación inalámbrica

10.1 Registros de las mediciones

Del mismo modo que para que la instrumentación inalámbrica, se emplea el Algoritmo de Realización de Sistemas característicos para la identificación de los parámetros modales de la estructura, mediante la construcción de representaciones estado-espacio de un sistema lineal dinámico. Se realizaron dos arreglos de sensores y se realizaron 4 mediciones de 300 segundos, en los que se utilizaron 3 sensores tipo Imote2 con tablilla SHM-A. Se consideró el primer y tercer arreglo debido a que el tercer modo es más visible en las mediciones cercanas al centroide. El segundo y cuarto arreglo debido a que en estas ubicaciones se obtuvo el mayor índice de importancia de acuerdo a la metodología de Pan-Cherng y que se observaron mejor el primer y segundo modo en los resultados de las mediciones del capítulo 8. En la Figura 10.1 se muestra el primer y segundo arreglo, midiendo en la dirección longitudinal.

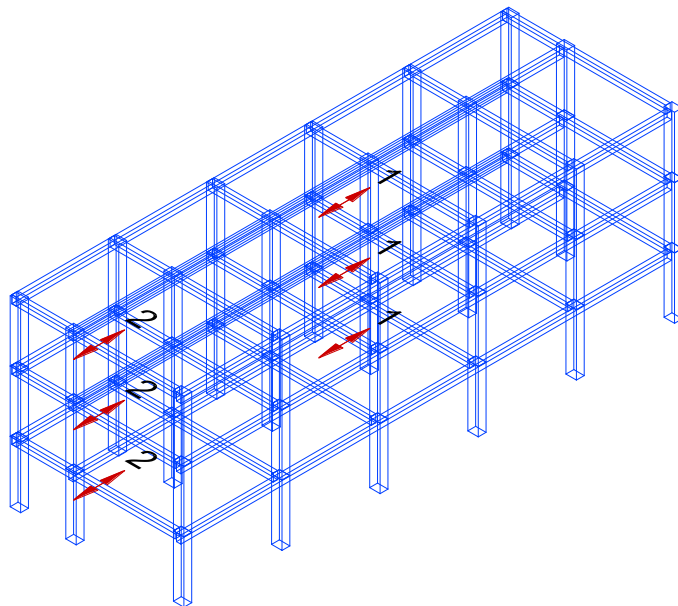


Figura 10.1. Primer y segundo arreglo de sensores, midiendo en dirección longitudinal.

En la Figura 10.2 se muestra el tercer y cuarto arreglo, midiendo en la dirección transversal.

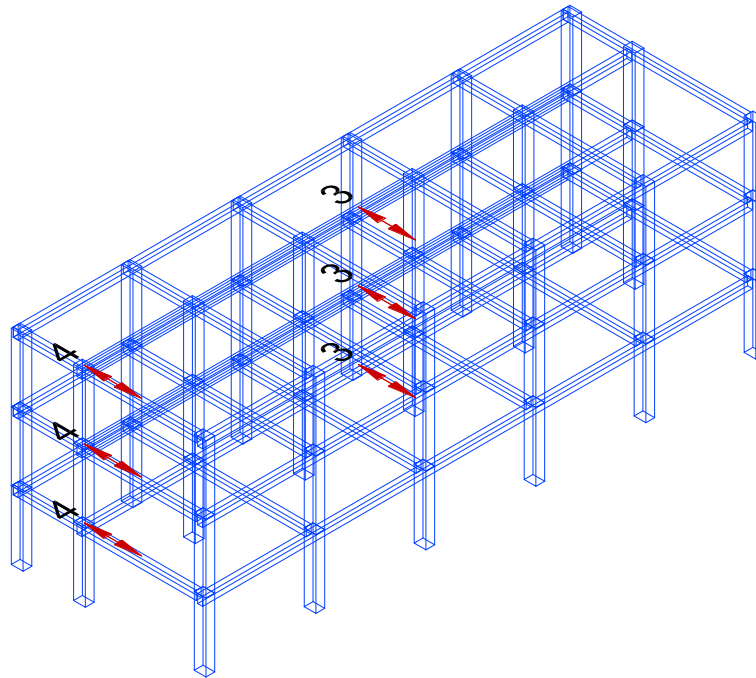


Figura 10.2. Tercer y cuarto arreglo de sensores, midiendo en dirección transversal.

En las Figuras 10.3 a la 10.6 se muestran los acelerogramas recolectados.

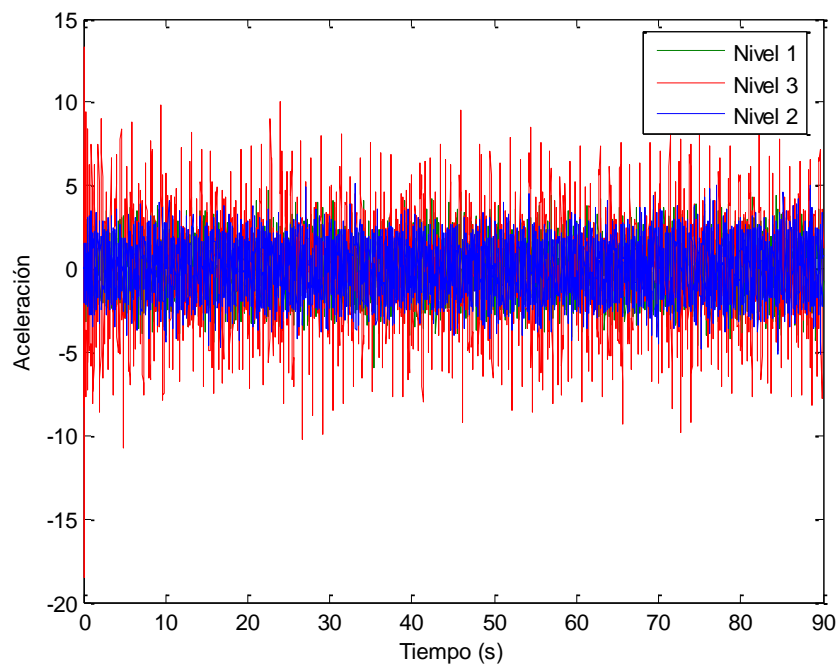


Figura 10.3. Medición 1.

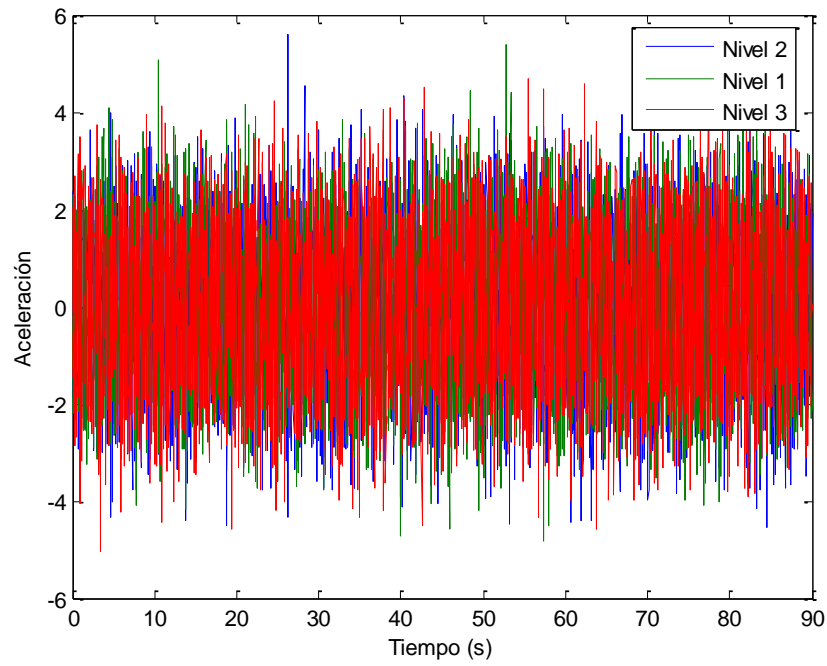


Figura 10.4. Medición 2.

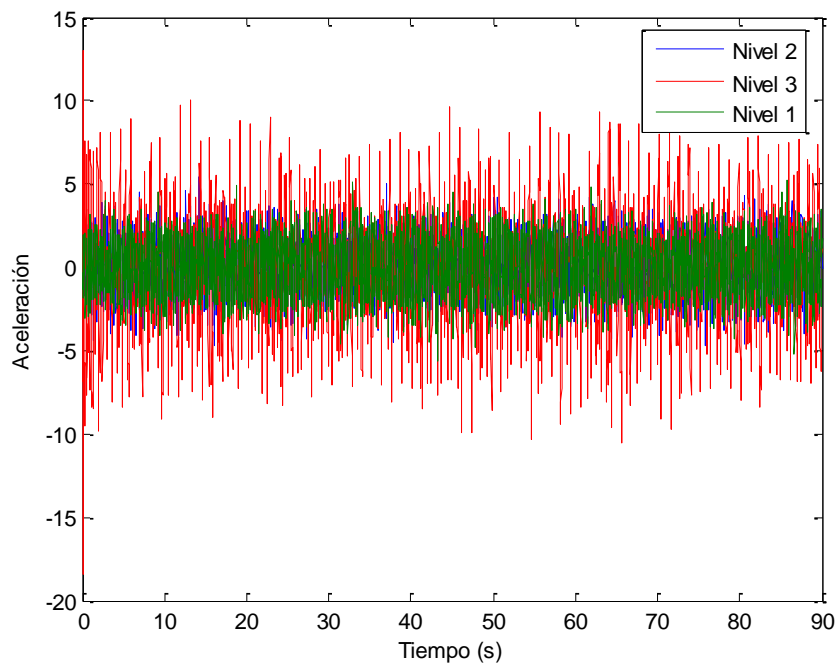


Figura 10.5. Medición 3.

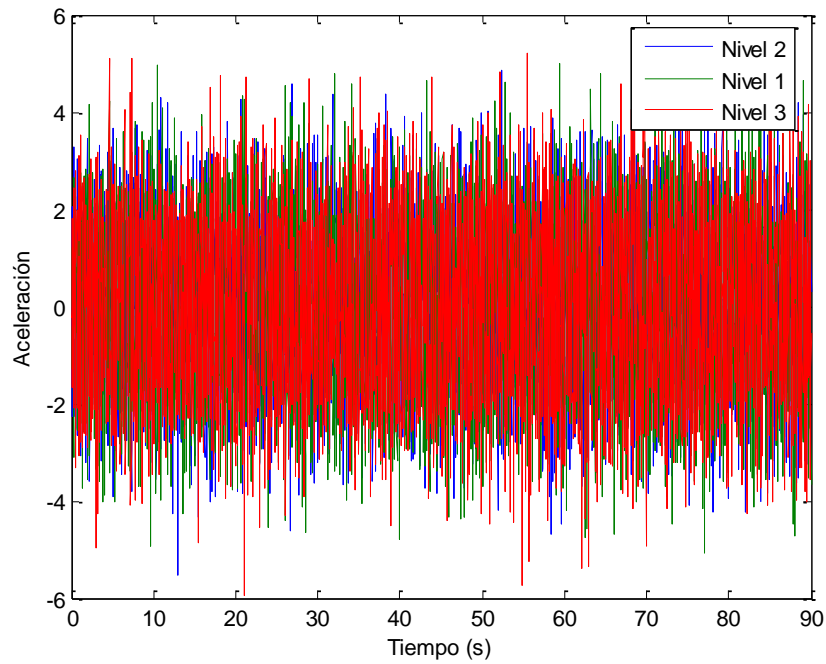


Figura 10.6. Medición 4.

10.2 Análisis mediante el Algoritmo de Realización de Sistemas característicos

En las Figura 10.7 a la 10.10 se muestran los Espectro de potencia obtenidos con los datos de las mediciones alámbricas.

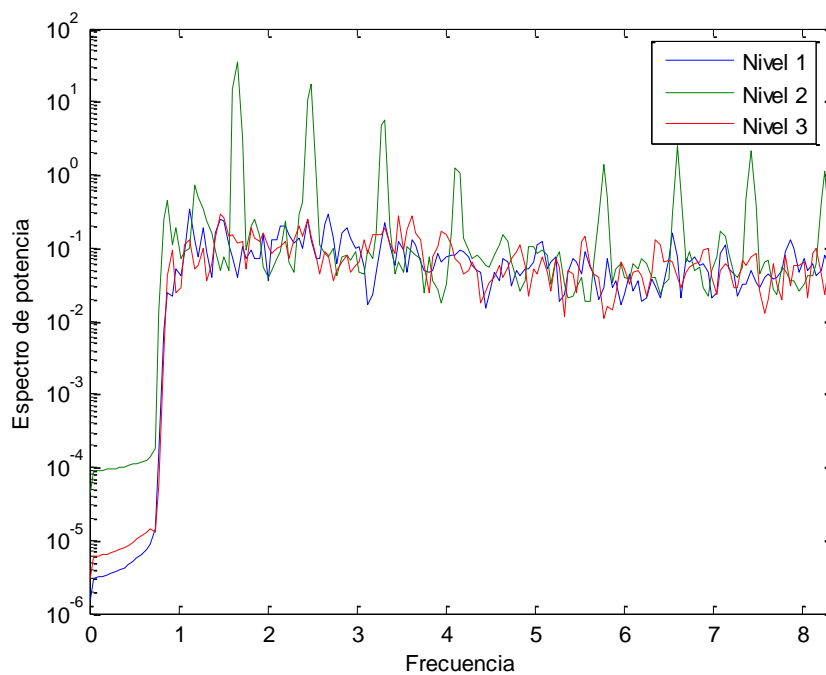


Figura 10.7. Espectro de potencia obtenido de la medición 1.

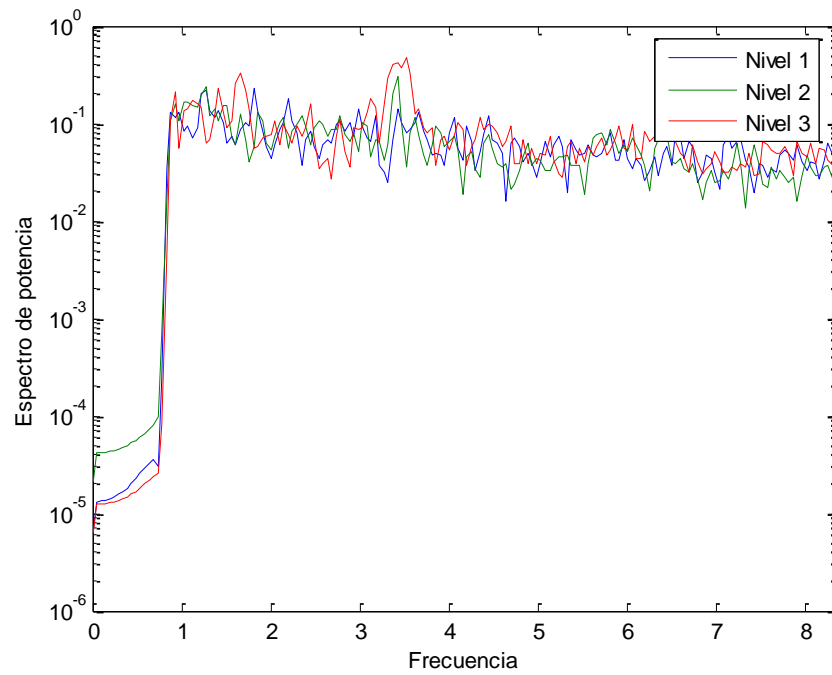


Figura 10.8. Espectro de potencia obtenido de la medición 2.

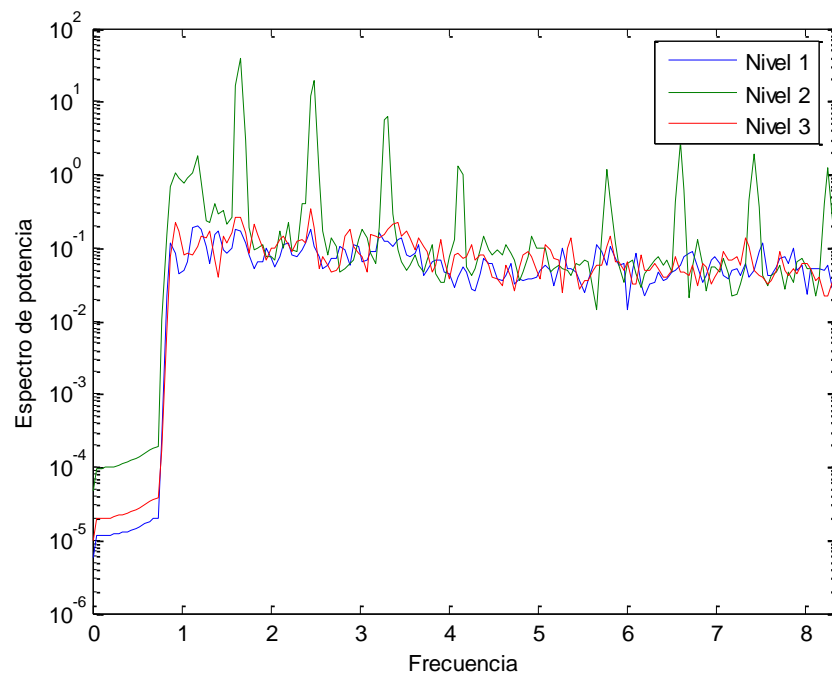


Figura 10.9. Espectro de potencia obtenido de la medición 3.

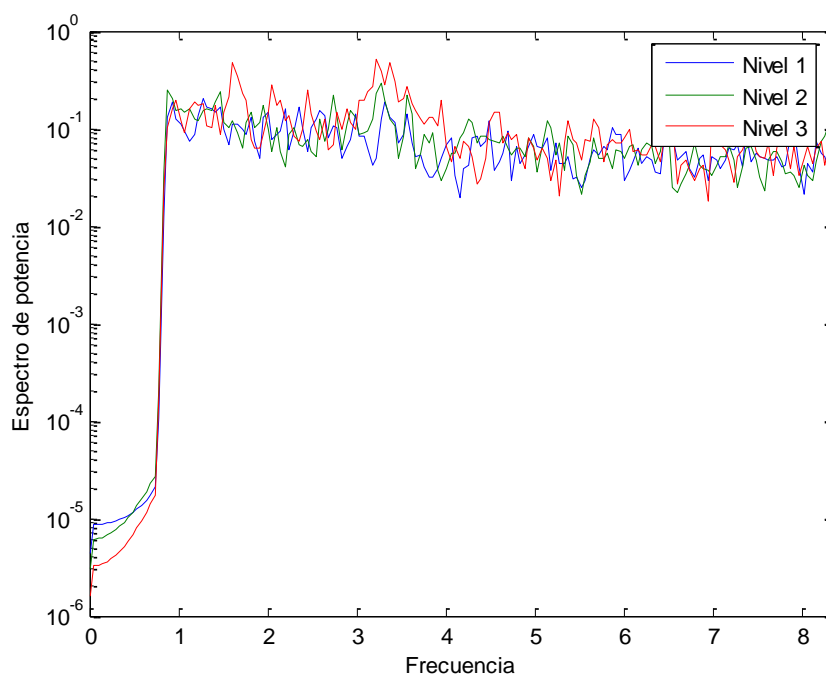


Figura 10.10. Espectro de potencia obtenido de la medición 4.

Las matrices A , B y C se muestran en las Tablas 10.1 a la 10.3.

Tabla 10.1. Matriz A de la medición 1.

A	$=$	9.59E-01	2.76E-01	-2.51E-02	-1.74E-02	-1.31E-02	1.35E-02	1.25E-02	-2.29E-02
		-2.74E-01	9.57E-01	9.16E-04	7.36E-02	-1.62E-03	-2.71E-02	-2.20E-02	2.27E-02
		1.99E-02	2.90E-02	9.40E-01	-2.92E-01	1.31E-02	-2.96E-02	1.96E-03	2.35E-02
		3.48E-02	-4.96E-02	2.96E-01	9.34E-01	5.17E-02	1.29E-01	7.12E-03	-4.91E-02
		8.22E-03	-2.45E-02	2.75E-02	1.10E-01	-6.48E-01	-7.35E-01	7.76E-02	6.19E-02
		2.72E-02	-7.43E-03	-3.19E-02	5.44E-02	7.49E-01	-6.37E-01	1.11E-01	7.76E-02
		-3.58E-02	1.64E-02	2.33E-02	-3.36E-02	-4.14E-03	-6.46E-03	6.64E-01	-7.23E-01
		7.08E-03	2.55E-03	-1.81E-02	2.19E-02	-3.69E-02	1.55E-01	7.09E-01	6.66E-01

Tabla 10.2. Matriz B de la medición 1.

B	$=$	-4.50E-01
		-1.61E-01
		8.39E-01
		3.82E-02
		-2.87E-01
		4.74E-01
		-5.59E-01
		1.95E-01

Tabla 10.3. Matriz C de la medición 1.

C	$=$	-8.26E-02	1.67E-01	-4.80E-01	6.47E-02	-3.61E-01	4.62E-01	7.27E-01	-1.09E-01
		-4.66E-02	1.95E-01	5.56E-01	-5.09E-01	1.80E-01	7.59E-02	4.77E-01	5.45E-01
		-2.35E-01	3.43E-01	-4.01E-01	-9.62E-01	2.98E-01	4.11E-01	1.44E-01	-3.63E-01

En la Tabla 10.4 se muestran las frecuencias naturales obtenidas.

Tabla 10.4. Frecuencias naturales obtenidas de la medición 1.

ω	$=$	3.823
		5.443
		13.078
		36.460

Con la finalidad de determinar cuáles de las frecuencias y sus formas modales tienen un índice mayor de certeza se calcula el índice MAC. En la Tabla 10.5 se muestran los índices obtenidos.

Tabla 10.5. Índices MAC para las frecuencias obtenidas de la medición 1

MAC =	0.933
	0.930
	0.126
	0.842

De la Tabla 10.6 se observa que la frecuencia natural de 3.823 Hz, es decir un periodo de 0.272s, tiene un índice MAC de 0.933. Esta frecuencia corresponde al primer modo, en dirección longitudinal. La forma modal de la estructura correspondiente a este modo se muestra en la Tabla 10.7. Además, se nota la frecuencia de 5.441 Hz, es decir un periodo de 0.183s que corresponde al tercer modo en rotación, con un índice MAC de 0.930.

Tabla 10.6. Frecuencias naturales e índices MAC obtenidas de la medición 1

ω	MAC
3.823	0.933
5.443	0.930
13.078	0.126
36.460	0.842

Tabla 10.7. Forma modal correspondiente al primer modo obtenido de la medición 1

N	Desplazamiento
1	0.201
2	0.534
3	1

En las Figuras 9.11 a 9.14 se muestran las comparaciones entre la forma modal obtenida con el modelo analítico (en color rojo) y la obtenida con la instrumentación alámbrica (en color azul).

En la Figura 10.11 se muestra la comparación entre la forma modal obtenida con el modelo analítico y la obtenida con la instrumentación en la primera medición. Se puede notar que la concavidad es similar pero las cantidades son diferentes, principalmente en el primer nivel.

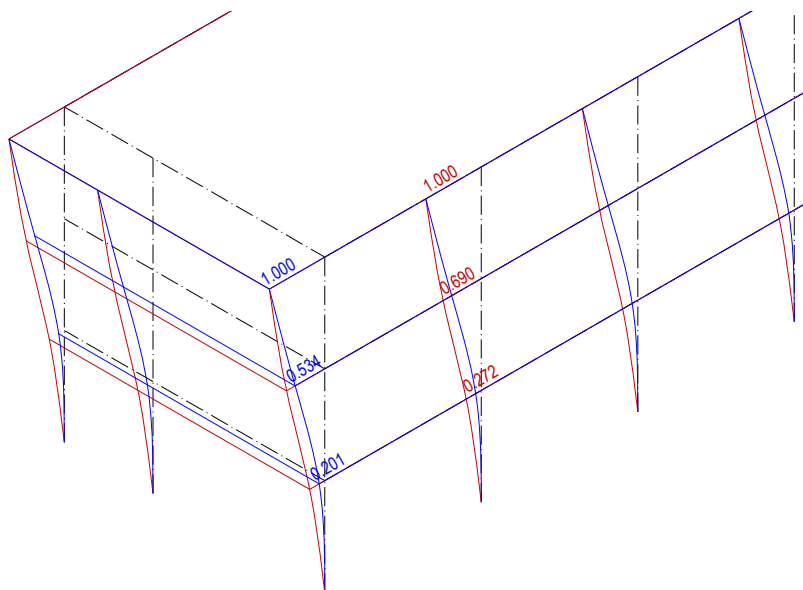


Figura 10.11. Comparación entre las formas modales obtenidas.

Se utiliza el mismo procedimiento que para los datos obtenidos en las mediciones alámbricas. Solo se presentan las Tablas de las matrices A , B y C , las frecuencias naturales obtenidas, los índices de Coherencia de Amplitud Modal y las respectivas formas modales obtenidas.

Las matrices A , B y C se muestran en las Tablas 10.8 a la 10.10.

Tabla 10.8. Matriz A de la medición 2.

A	$=$	9.83E-01	2.20E-01	1.27E-02	-3.04E-02	-4.22E-02	9.81E-03	2.01E-02	6.37E-03
		-2.17E-01	9.77E-01	-1.42E-02	7.99E-03	8.89E-03	-1.77E-02	-4.35E-03	-7.96E-03
		-4.73E-03	1.09E-02	9.16E-01	4.00E-01	2.16E-02	5.89E-03	-6.42E-03	-3.35E-03
		2.62E-02	1.79E-03	-3.98E-01	8.97E-01	-5.07E-02	7.45E-02	1.66E-02	2.15E-02
		2.76E-02	6.36E-03	-2.01E-02	-1.91E-02	9.17E-01	3.38E-01	-3.69E-02	8.19E-02
		-6.91E-03	1.62E-02	1.93E-02	-8.18E-02	-3.34E-01	6.95E-01	-5.03E-01	2.86E-04
		-1.36E-02	-3.09E-03	8.04E-03	1.25E-02	-4.76E-02	5.39E-01	5.89E-01	-2.61E-01
		2.17E-03	-3.08E-04	-3.66E-03	-7.48E-03	8.07E-03	-7.42E-02	5.71E-02	-5.69E-01

Tabla 10.9. Matriz B de la medición 2.

B	$=$	1.55E-01
		3.44E-01
		-3.94E-01
		-1.17E+00
		-9.18E-01
		-1.73E+00
		9.53E-01
		-4.31E-01

Tabla 10.10. Matriz C de la medición 2.

C	$=$	-2.13E-01	9.55E-03	-1.11E-01	-3.92E-01	1.07E-02	5.89E-01	2.74E-01	-4.36E-01
		-8.63E-01	3.29E-01	6.30E-01	-1.12E+00	-1.19E+00	1.26E+00	8.41E-01	5.64E-01
		-1.98E-01	-3.07E-02	-3.41E-02	4.22E-02	-1.52E-01	3.44E-01	-4.03E-01	1.01E-01

En la Tabla 10.11 se muestran las frecuencias naturales obtenidas.

Tabla 10.11. Frecuencias naturales obtenidas de la medición 2.

ω	$=$	3.531
		6.557
		11.871
		50.000

Con la finalidad de determinar cuáles de las frecuencias y sus formas modales tienen un índice mayor de certeza se calcula el índice MAC. En la Tabla 10.12 se muestran los índices obtenidos.

Tabla 10.12. Índices MAC para las frecuencias obtenidas de la medición 2

MAC	$=$	0.946
		0.811
		0.483
		0.456

De la Tabla 10.13 se observa que la frecuencia natural de 3.531 Hz, es decir un periodo de 0.283s, tiene un mayor índice MAC de 0.946. Esta frecuencia corresponde al primer modo, en dirección longitudinal. La forma modal de la estructura correspondiente a este modo se muestra en la Tabla 10.14.

Tabla 10.13. Frecuencias naturales e índices MAC obtenidas de la medición 2

ω	MAC
3.531	0.946
6.557	0.811
11.871	0.483
50.000	0.456

Tabla 10.14. Forma modal correspondiente al primer modo obtenido de la medición 2

N	Desplazamiento
1	0.148
2	0.273
3	1

En la Figura 10.12 se muestra la comparación entre la forma modal obtenida con el modelo analítico (rojo) y la obtenida con la instrumentación en la segunda medición (azul). Se puede notar que la concavidad es similar pero las cantidades son diferentes, tanto en el primer como segundo nivel.

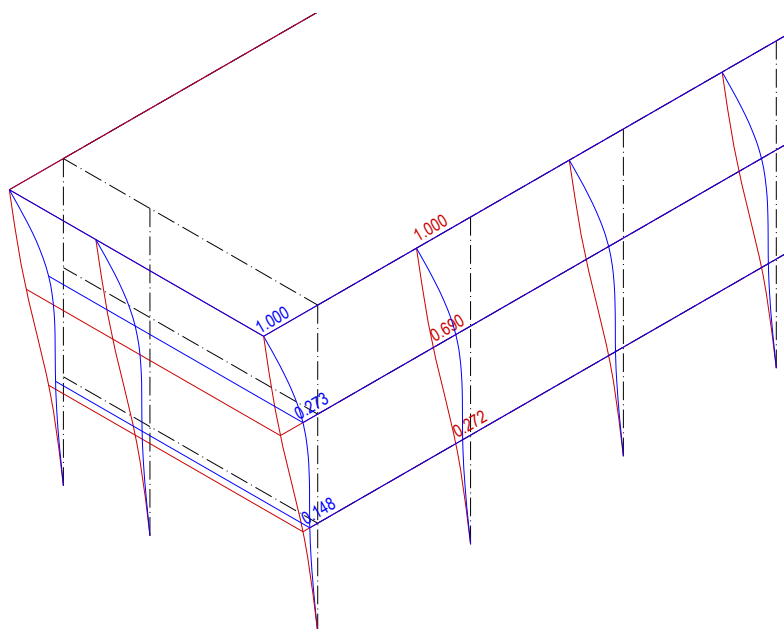


Figura 10.12. Comparación entre las formas modales obtenidas.

Las matrices A , B y C se muestran en las Tablas 10.15 a la 10.17.

Tabla 10.15. Matriz A de la medición 3.

A	$=$	9.75E-01	-2.16E-01	2.27E-02	-9.57E-03	-1.96E-02	-1.09E-02	-1.77E-02	-1.47E-02
		2.18E-01	9.82E-01	-4.76E-02	-1.11E-02	3.35E-02	2.97E-03	1.57E-02	1.91E-02
		-3.91E-03	4.22E-02	9.60E-01	2.88E-01	8.06E-03	3.10E-02	1.55E-02	2.20E-02
		1.18E-02	-9.01E-03	-2.65E-01	9.42E-01	-1.61E-01	-8.58E-03	-5.77E-02	-8.02E-02
		-7.68E-03	-1.46E-02	-2.89E-02	1.27E-01	8.48E-01	-4.26E-01	-1.18E-01	-4.41E-02
		1.15E-02	-1.40E-02	-2.20E-02	1.51E-02	4.19E-01	8.37E-01	-1.43E-01	-2.17E-01
		1.73E-02	5.75E-03	1.48E-02	-3.48E-02	1.02E-01	-1.72E-01	7.08E-01	-5.15E-01
		-1.30E-02	-1.00E-02	-2.24E-02	6.38E-02	-3.23E-02	2.15E-01	5.21E-01	1.26E-01

Tabla 10.16. Matriz B de la medición 3.

$$B = \begin{bmatrix} 7.18E-01 \\ 2.05E-01 \\ -1.18E-02 \\ -1.58E+00 \\ 2.69E+00 \\ -2.06E+00 \\ -3.21E+00 \\ 3.51E+00 \end{bmatrix}$$

Tabla 10.17. Matriz C de la medición 3.

$$C = \begin{bmatrix} -7.35E-02 & 9.01E-02 & 7.92E-02 & -1.42E-01 & -1.08E-01 & -2.51E-01 & -1.10E-01 & -3.32E-01 \\ 7.10E-01 & -9.77E-01 & -1.49E+00 & 2.06E+00 & 2.90E+00 & 1.71E+00 & 3.07E+00 & 3.39E+00 \\ -4.63E-02 & 1.34E-01 & 1.31E-01 & -2.16E-01 & -2.46E-01 & -2.76E-01 & -2.79E-02 & -3.04E-01 \end{bmatrix}$$

En la Tabla 10.18 se muestran las frecuencias naturales obtenidas.

Tabla 10.18. Frecuencias naturales obtenidas de la medición 3.

$$\omega = \begin{bmatrix} 3.135 \\ 4.398 \\ 7.069 \\ 13.810 \end{bmatrix}$$

Con la finalidad de determinar cuáles de las frecuencias y sus formas modales tienen un índice mayor de certeza se calcula el índice MAC. En la Tabla 10.19 se muestran los índices obtenidos.

Tabla 10.19. Índices MAC para las frecuencias obtenidas de la medición 3

$$MAC = \begin{bmatrix} 0.973 \\ 0.983 \\ 0.973 \\ 0.908 \end{bmatrix}$$

De la Tabla 10.20 se observa que la frecuencia natural de 4.398 Hz, es decir un periodo de 0.225s, tiene un índice MAC de 0.983. Esta frecuencia corresponde al segundo modo, en dirección transversal. La forma modal de la estructura correspondiente a este modo se muestra en la Tabla 10.21.

Tabla 10.20. Frecuencias naturales e índices MAC obtenidas de la medición 3

ω	MAC
3.135	0.973
4.398	0.983
7.069	0.973
13.810	0.908

Tabla 10.21. Forma modal correspondiente al primer modo obtenido de la medición 3

N	Desplazamiento
1	0.095
2	0.151
3	1

En la Figura 10.13 se muestra la comparación entre la forma modal obtenida con el modelo analítico (rojo) y la obtenida con la instrumentación en la tercera medición (azul). Se puede notar que la concavidad es similar pero las cantidades son diferentes, tanto en el primer como segundo nivel.

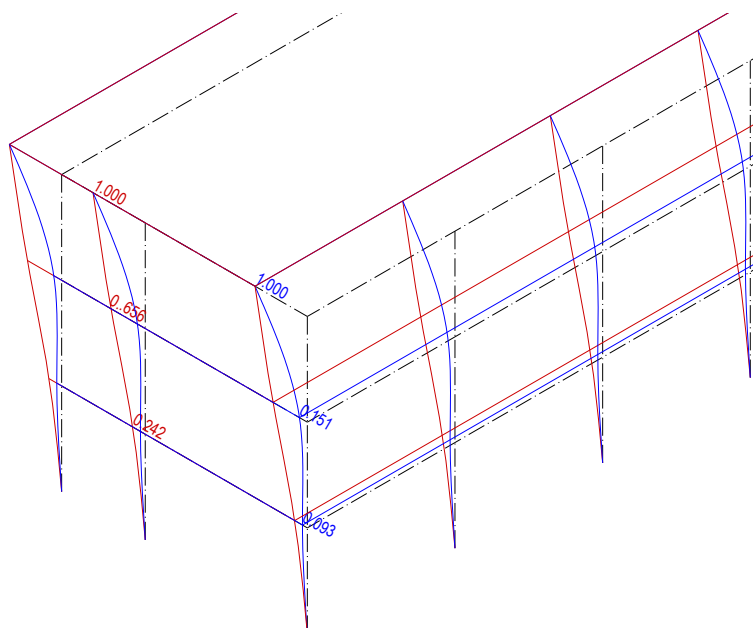


Figura 10.13. Comparación entre las formas modales obtenidas.

Las matrices A , B y C se muestran en las Tablas 10.22 a la 10.34.

Tabla 10.22. Matriz A de la medición 4.

$A =$	9.54E-01	-3.10E-01	8.01E-02	1.11E-02	6.97E-03	7.51E-03	-2.79E-02	3.74E-03
	3.03E-01	9.39E-01	-1.23E-02	1.13E-01	7.68E-02	2.17E-02	2.43E-02	6.90E-02
	-3.28E-02	8.12E-02	8.19E-01	-5.51E-01	-1.10E-02	-4.87E-04	-1.09E-02	2.27E-02
	-6.62E-02	-4.19E-02	5.50E-01	7.90E-01	-1.02E-01	-8.60E-02	4.89E-03	-1.58E-01
	-7.22E-04	-8.18E-04	-1.49E-02	-7.51E-02	6.62E-01	-6.14E-01	-1.46E-02	-3.84E-01
	7.64E-03	-5.62E-02	4.05E-02	3.35E-02	1.90E-01	-1.35E-02	9.17E-01	2.72E-01
	2.52E-02	3.76E-02	-5.75E-02	-5.45E-02	-5.76E-01	-7.57E-01	7.26E-02	2.46E-01
	-3.13E-02	-7.01E-02	7.46E-02	1.17E-01	3.53E-01	-1.43E-01	-3.73E-01	7.36E-01

Tabla 10.23. Matriz B de la medición 4.

$B =$	6.10E-02
	-1.89E-03
	3.85E-01
	-8.11E-01
	-8.20E-01
	1.76E-01
	-7.26E-02
	6.28E-01

Tabla 10.24. Matriz C de la medición 4.

$C =$	-1.22E-01	-3.60E-01	-3.00E-01	6.73E-01	5.09E-01	-1.41E-01	-1.59E-01	4.99E-01
	-2.81E-02	-1.46E-02	-3.05E-02	-2.60E-01	-2.06E-01	-5.11E-02	-1.66E-01	1.05E-01
	-1.69E-01	-5.39E-01	-1.37E-01	1.86E-01	2.73E-01	1.94E-01	4.36E-01	1.03E-01

En la Tabla 10.25 se muestran las frecuencias naturales obtenidas.

Tabla 10.25. Frecuencias naturales obtenidas de la medición 4.

$\omega =$	4.547
	7.816
	11.305
	26.145

Con la finalidad de determinar cuáles de las frecuencias y sus formas modales tienen un índice mayor de certeza se calcula el índice MAC. En la Tabla 10.26 se muestran los índices obtenidos.

Tabla 10.26. Índices MAC para las frecuencias obtenidas de la medición 4

MAC =	0.846
	0.529
	0.811
	0.553

De la Tabla 10.27 se observa que la frecuencia natural de 4.547 Hz, es decir un periodo de 0.219s, tiene un índice MAC de 0.846. Esta frecuencia corresponde al segundo modo, en dirección transversal. La forma modal de la estructura correspondiente a este modo se muestra en la Tabla 10.28.

Tabla 10.27. Frecuencias naturales e índices MAC obtenidas de la medición 4

ω	MAC
4.547	0.846
7.816	0.529
11.305	0.811
26.145	0.553

Tabla 10.28. Forma modal correspondiente al primer modo obtenido de la medición 4

N	Desplazamiento
1	0.118
2	0.642
3	1

En la Figura 10.14 se muestra la comparación entre la forma modal obtenida con el modelo analítico (rojo) y la obtenida con la instrumentación en la cuarta medición (azul). Se puede notar que la concavidad es similar pero las cantidades son diferentes, tanto en el primer nivel como en el segundo nivel.

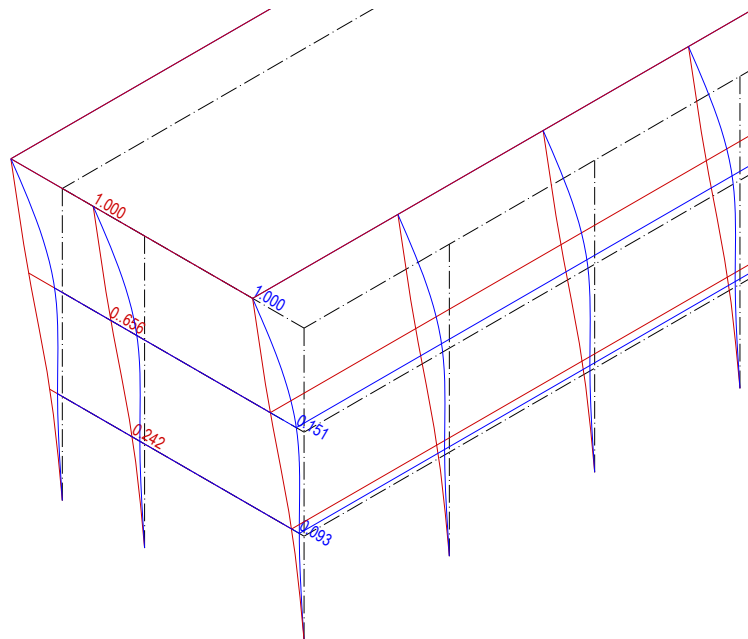


Figura 10.14. Comparación entre las formas modales obtenidas.

10.3 Resumen

En la Tabla 10.29 se muestra una Tabla de resumen de los resultados obtenidos de acuerdo al análisis espectral convencional y de los resultados utilizando el algoritmo de realización de sistemas característicos tanto para la instrumentación alámbrica e inalámbrica.

Tabla 10.29. Resumen de periodos obtenidos (s).

INSTRUMENTACIÓN ALÁMBRICA						
Medición	Modo 1	MAC	Modo 2	MAC	Modo 3	MAC
Media	0.295		0.209		0.181	
1	0.283	0.940			0.190	0.887
2	0.262	0.979				
3			0.217	0.975		
4			0.207	0.957		
INSTRUMENTACIÓN INALÁMBRICA						
Medición	Modo 1		Modo 2		Modo 3	
Media	0.315		0.224		0.179	
1	0.272	0.933			0.183	0.930
2	0.283	0.946				
3			0.225	0.983		
4			0.219	0.846		

De los resultados mostrados se puede observar que sólo los primeros tres modos son observables, y que existe cierta variación en los periodos observados, similar a los obtenidos en el capítulo anterior, es decir para la instrumentación inalámbrica con la metodología mostrada en el capítulo 8, la media para el primer modo obtenida es de $\mu=0.315$ mientras que en las mediciones 1 y 2 de este capítulo es de 0.283s y 0.272s. De la misma manera, la media para el segundo modo es de $\mu=0.226$ s mientras que en las mediciones 3 y 4 de este capítulo es de 0.225s y 0.219s. Para el tercer modo la media es 0.179s mientras que en la medición 1 es de 0.183s.

Sin embargo, se observa que la diferencia entre las mediciones alámbricas e inalámbricas se mantienen constantes, es decir, para el primer modo la instrumentación alámbrica se tienen periodos de 0.273s y 0.262s y para la inalámbrica 0.283s y 0.272s, una diferencia alrededor de 0.02s; para el segundo modo la instrumentación alámbrica se tienen periodos de 0.217s y 0.207s y para la inalámbrica 0.225s y 0.219s, diferencia alrededor de 0.018s. Para el tercer modo, el periodo la instrumentación alámbrica indica 0.190s y para la instrumentación inalámbrica 0.183, diferencia de 0.007s.

Finalmente se observó que, de manera similar a los resultados de la instrumentación alámbrica, que las formas modales obtenidas mediante la instrumentación y el algoritmo de realización de sistemas característicos tienen buena concordancia con el modelo realizado en el programa SAP2000 versión 11. La concavidad observada de las deformadas es similar para todas las mediciones. Sin embargo las cantidades son similares principalmente para los primeros dos modos y cuando las mediciones son realizadas lejos del centroide de la planta de azotea. Cuando las mediciones se realizan cerca del centroide las diferencias son mayores, debido principalmente a que en los niveles 1 y 2 existen amplitudes de vibración menores a los del nivel de azotea.

Capítulo 11

Conclusiones

Se presentan en este capítulo un análisis de los objetivos alcanzados en estas tesis, referentes a los siguientes tópicos:

- Ubicación óptima de los sensores en la estructura.
- Identificación de parámetros dinámicos mediante un análisis espectral convencional.
- Parámetros modales identificados mediante la realización mínima estado-espacio de sistemas lineales
- Instrumentos utilizados.

11.1 Conclusiones

De los resultados obtenidos en el capítulo de ubicación óptima de sensores en la estructura utilizando la metodología Pan-Cherng (2003) se puede concluir lo siguiente:

- En este método se debe elegir de antemano los modos de interés de manera subjetiva. Para propósito de esta tesis se consideró que la masa efectiva del número de modos considerados representará al menos el 90% de la masa total de la estructura. Sin embargo, podría elegirse también, un número de modos en particular que se desean identificar. La elección de los modos objetivos implicaría arreglos diferentes de sensores.
- Dado que la metodología de Pan-Cherng (2003) está basada en la contribución de cada sensor en términos de las formas modales, en marcos planos se puede obtener un índice completo con sensores que registren los desplazamientos horizontales en todos los nodos posibles e incluso en uno de cada par de nodos simétricos.

- De los nueve modelos realizados, bidimensionales y tridimensionales, se puede afirmar que con el método Pan-Cherng (2003), es posible obviar la contribución de los sensores cuando miden rotaciones e incluso cuando miden en dirección vertical de la estructura. Esto puede deberse a que su contribución es importante cuando se analizan modos locales y no globales, por lo que podrían ser importantes si el objetivo es por ejemplo detección de daño.
- El método Pan-Cherng (2003), es método práctico y objetivo para la ubicación y sentido de medición de los sensores utilizados en este trabajo dado que se pretende identificar los parámetros dinámicos de la estructura en estudio.

De los resultados obtenidos en los capítulos seis, siete y ocho, relacionados a la instrumentación alámbrica e inalámbrica se puede concluir lo siguiente.

- Las mediciones realizadas en terreno libre son necesarios para identificar vibraciones que podrían incidir en las mediciones en la estructura o incluso frecuencias no deseadas debidas a los propios instrumentos de medición.
- El realizar un análisis espectral convencional (la transformada rápida de Fourier) es un paso necesario para la identificación de parámetros modales, permite determinar los periodos de la estructura con relativa certeza. En un caso práctico, se debe establecer un límite para el coeficiente de variación y tener un mínimo de datos observados para admitir que las medias de las mediciones corresponden a los periodos reales de la estructura.
- Los resultados obtenidos con los acelerómetros capacitivos modelo 3701G3FA3G y piezoeléctricos modelo 393B04 fueron menos dispersos que los obtenidos con las tablillas de plataforma Imote2 con acelerómetros capacitivos LIS344ALH, como lo muestran los coeficientes de variación obtenidos en las comparaciones entre la instrumentación alámbrica e inalámbrica.
- Existe un desfase observable entre los periodos obtenidos mediante la instrumentación alámbrica e inalámbrica, aunque ésta es relativamente pequeña. Esto puede deberse a que es aproximado a una desviación estándar y probablemente imputable a la comunicación inalámbrica o a la mayor precisión de los instrumentos alámbricos.

De los resultados obtenidos en los capítulos nueve y diez, relacionados a la instrumentación alámbrica e inalámbrica se puede afirmar lo siguiente.

- Mediante la teoría de sistemas lineales de tiempo invariante y concretamente mediante el Algoritmo de Realización de Sistemas característicos propuesto por Juang y Pappa (1985) es posible identificar de manera objetiva y práctica los parámetros modales de la estructura en estudio.

- El índice de Coherencia de Amplitud Modal es un parámetro aceptable para la elección de los parámetros dinámicos y modales identificados en la estructura. Sin embargo, se observó que existe una diferencia considerable entre los periodos obtenidos mediante la Transformada rápida de Fourier y el Algoritmo de Realización de Sistemas característicos, probablemente provocado por las vibraciones menores registradas en los niveles inferiores de la estructura, por lo que es quizá necesario alguna corrección en los periodos obtenidos mediante el Algoritmo de Realización de Sistemas característicos utilizando los del análisis espectral convencional.
- Del mismo modo que en el análisis espectral convencional de los capítulos siete y ocho, existe un desfase observable entre los periodos observados mediante la instrumentación alámbrica e inalámbrica también aproximado a una desviación estándar y probablemente imputable a la comunicación inalámbrica o a la mayor precisión de los instrumentos alámbricos.

11.2 Trabajos futuros

De los objetivos alcanzados y de las dificultades o retos encontrados durante la realización de este trabajo se pueden reconocer las siguientes investigaciones pertinentes para la progreso de la instrumentación inalámbrica.

Implementar la metodología descrita en los capítulos anteriores de esta tesis a estructuras más flexibles con mayores vibraciones, como podrían ser edificios de mayor altura, puentes y complementar las pruebas realizadas de vibración libre con pruebas de vibración forzada, lo que permitiría evaluar mejor la eficacia de la metodología propuesta.

Los programas y los instrumentos utilizados son paquetería de uso abierto y de uso comercial disponible, respectivamente, sin embargo es necesario trabajar en los campos de la ingeniería electrónica para desarrollar programas e instrumentos específicos de acuerdo a las necesidades del campo de la ingeniería estructural. Desarrollar tablillas que permitan que estas sean más fáciles de utilizar, más baratas y que permitan un mayor uso de esta tecnología.

La comunicación inalámbrica empleada por los instrumentos en esta tesis es llamada punto a punto, es decir cada sensor envía directamente la información recolectada a un nodo central, un nodo de adquisición de datos. Dentro de los avances necesarios en los campos de sistemas computacionales está el de crear algoritmos distribuidos de comunicación prácticos que permitan un monitoreo estructural más eficiente.

Referencias bibliográficas

Bendat, J S y A G Piersol (1986), **Random Data, Analysis and Measurement Procedures**, John Wiley and Sons.

Cherng, A P (2003), "Optimal sensor placement for modal parameter identification using signal subspace correlation techniques", *Mechanical systems and signal processing*. Vol 17, No.2, China, pp 361-378.

Crossbow, "Imote 2, High-performance Wireless Sensor Network Node" disponible en línea: http://www.xbow.com/Products/Product_pdf_files/Wireless_pdf/Imote2_Datasheet.pdf

De Schutter, B (2000), "Minimal state-space realization in linear system theory: An overview", *Journal of Computational and Applied Mathematics, Special Issue on Numerical Analysis in the 20th Century*, Vol. 121, No. 1-2, septiembre, pp. 331-354.

Gawronski, W y K B Lim (1996), "Balanced actuator and sensor placement for flexible structures", *International Journal of Control* No.65, pp 131-145.

Ibrahim, S R y E C Mikulcik (1977), "A method for the direct determination of vibration parameters from free responses", *Shock and Vibration Bulletin*, no. 47, part 4, septiembre, pp. 183-198.

Illinois Structural Health Monitoring Project (2009), "ISHMP Structural Health Monitoring User's Guide" disponible en línea: http://shm.cs.uiuc.edu/files/Imote2forSHM_UsersGuide.pdf

Illinois Structural Health Monitoring Project, "SHM-A Board, Multimetric Imote2 Sensor Board" disponible en línea: http://shm.cs.uiuc.edu/files/SHM-A_Datasheet.pdf

Juang, J N y R S Pappa (1985), "An Eigensystem Realization Algorithm For Modal Parameter Identification And Modal Reduction", *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, Vol. 8, No. 5, pp. 620-627

Maia, N M M y J M M Silva (2001), "Modal Analysis Identification Techniques", *Philosophical Transactions: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*. Vol. 359, No. 1778, Experimental Modal Analysis, pp. 29-40

Murià- Vila D, G Rodríguez, A Zapata y A M Toro (2001), "Seismic Response of a Twice-Retrofitted Building" *ISET Journal of Earthquake Technology*, Vol 38, No. 2-4, junio-diciembre, pp. 67-92

Murià- Vila D, R Taborda, M A Macías y J A Escobar (2002), "Instrumentación de un edificio alto en la ciudad de Acapulco". Octavas Jornadas Chilenas de Sismología e Ingeniería Antisísmica, Abril, Valparaíso, Chile.

PCB Piezotronics Inc, "Model 3701G3FA3G, Capacitive Accelerometer, Installation and Operating Manual", disponible en línea: http://www.pcb.com/contentstore/docs/PCB_Corporate/Vibration/products/Manuals/3701G3FA3G.pdf

PCB Piezotronics Inc, "Model 393B04, Accelerometer, Installation and Operating Manual", disponible en línea: http://www.pcb.com/contentstore/docs/PCB_Corporate/Vibration/products/Manuals/393B04.pdf

PCB Piezotronics Inc, “Model 480E09, Battery-Powered ICP Sensor Signal Conditioner, Installation and Operating Manual”, disponible en línea: http://www.pcb.com/contentstore/docs/PCB_Corporate/Electronics/products/Manuals/480E09.pdf

PCB Piezotronics Inc, “Model 484B06, Line-Powered ICP Sensor Signal Conditioner, Installation and Operating Manual”, disponible en línea: http://www.pcb.com/contentstore/docs/PCB_Corporate/Electronics/products/Manuals/484B06.pdf

PCB Piezotronics Inc, “Model 478A01, Battery-Powered Capacitive Sensor Signal Conditioner, Installation and Operating Manual”, disponible en línea: http://www.pcb.com/contentstore/docs/PCB_Corporate/Electronics/products/Manuals/478A01.pdf

Pernia-Márquez, “Introducción a la Medición de Vibración”, disponible en línea: http://www.ing.ula.ve/~dpernia/pdfs/vibracion_mecanica.pdf

“Programa de Cálculo SAP2000 versión 11”, Computers and Structures, Inc.

“Programa MatLab7, The Language Of Technical Computing”, Mathworks.

Spectral Dynamics Inc. (2001), “SIGLAB Manuals, User’s Guide”

St Microelectronics, “LIS344ALH, MEMS inertial sensor” disponible en línea: <http://www.st.com/stonline/products/literature/ds/14337.pdf>

Tedesco, J W, W G Mc Dougal y C A Ross (1999), **Structural dynamics: theory and applications**, Addison Wesley, EUA., pp 632-642.

TinyOs, “Mission Statement”, disponible en línea en: <http://www.tinyos.net/special/mission>

Zeevaert, L. (1960), “Base shear in tall buildings during earthquake july 28, 1957 in Mexico City”, **Proceedings II World Conference in Earthquake Engineering**, Tokio, Japón, julio.

Zhang, L, Tamura Y, Yoshida A, Cho K, Nakata S y Naito S (2002), “Ambient Vibration Testing and Modal Identification of an Office Building”, **Proceedings of the 20th International Modal Analysis**, Vol.2, No. 5 , Febrero, Los Angeles.